

2D Graphik: Bildverbesserung

Vorlesung „2D Graphik“

Andreas Butz, Otmar Hilliges

Freitag, 2. Dezember 2005

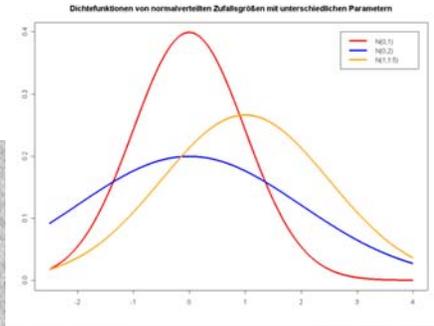
Themen heute

- Rauschen, Entropie
- Bildverbesserung
 - Punktbasiert
 - Flächenbasiert
 - Kantenbasiert

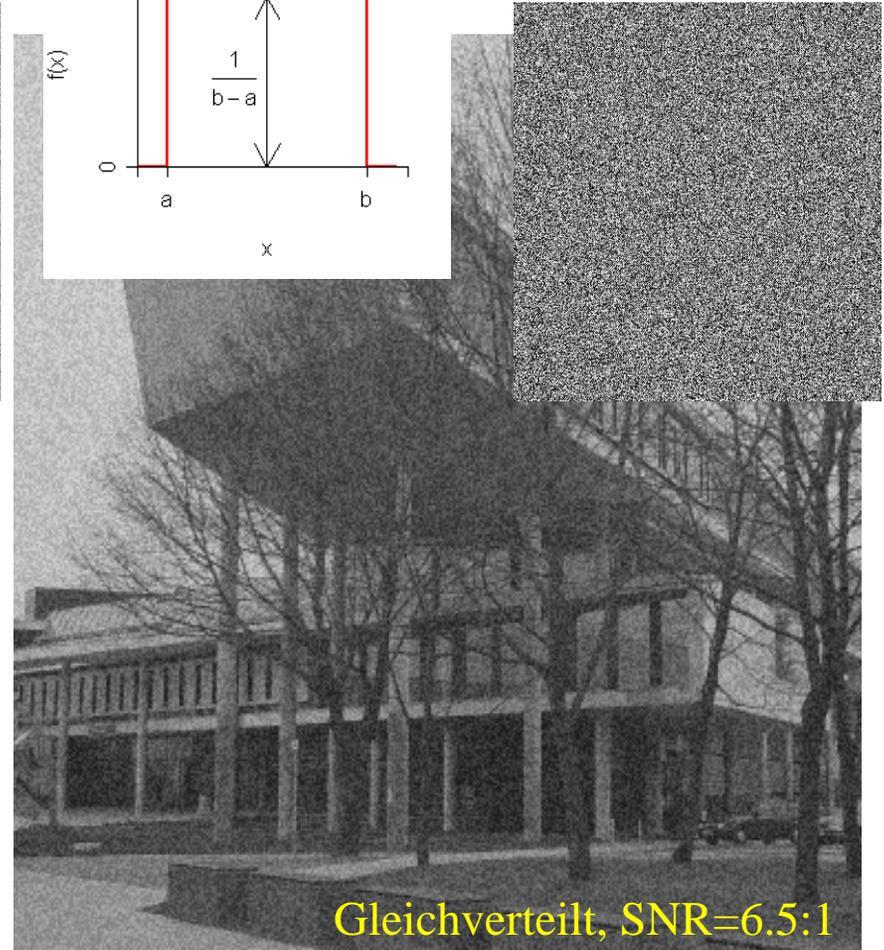
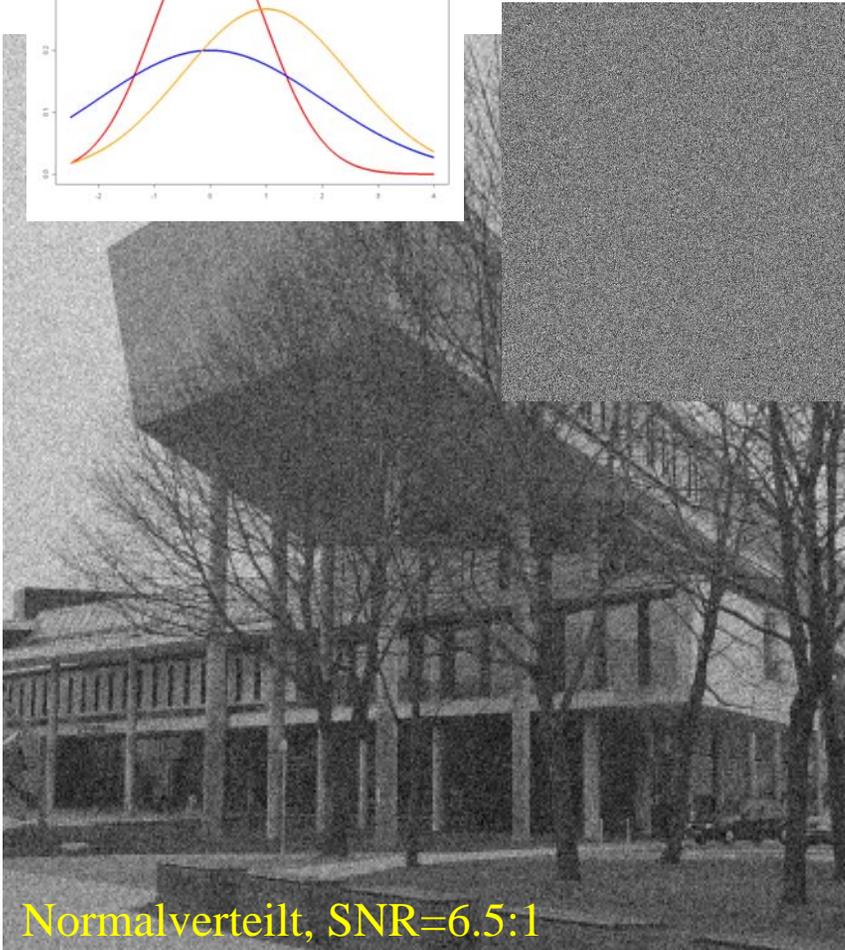
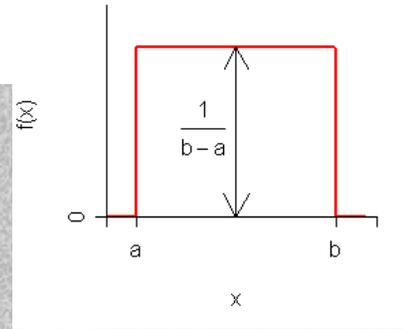
Was ist Rauschen?

- Rauschen $n(m,n)$ ist eine nicht-wiederholbare Veränderung der Bildfunktion.
- Unkorreliertes Rauschen:
 - Additiv – $g(m,n)=f(m,n)+n(m,n)$
- Ursache: z.B. Quantenrauschen
- Charakterisierung von n :
 - Beschreibbar über eine Verteilungsfunktion:
 - Gleichverteilung
 - Normalverteilung
 - Erwartungswert $E(n)=0$

Normalverteilung vs. Gleichverteilung



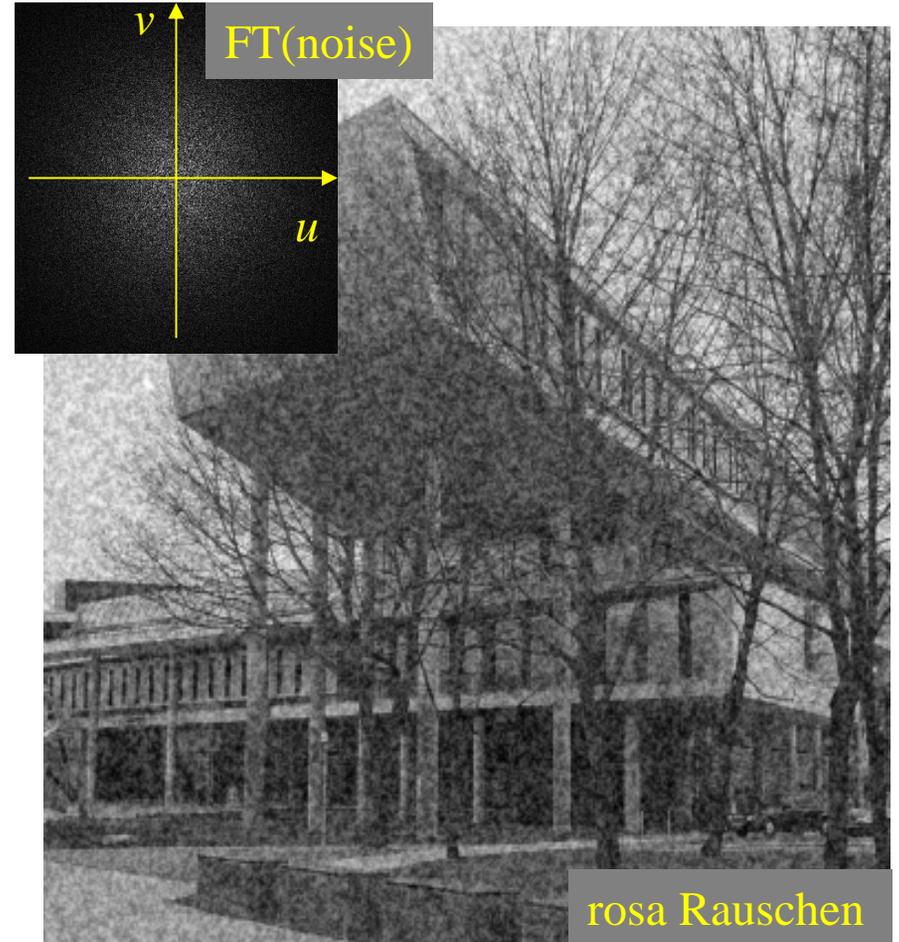
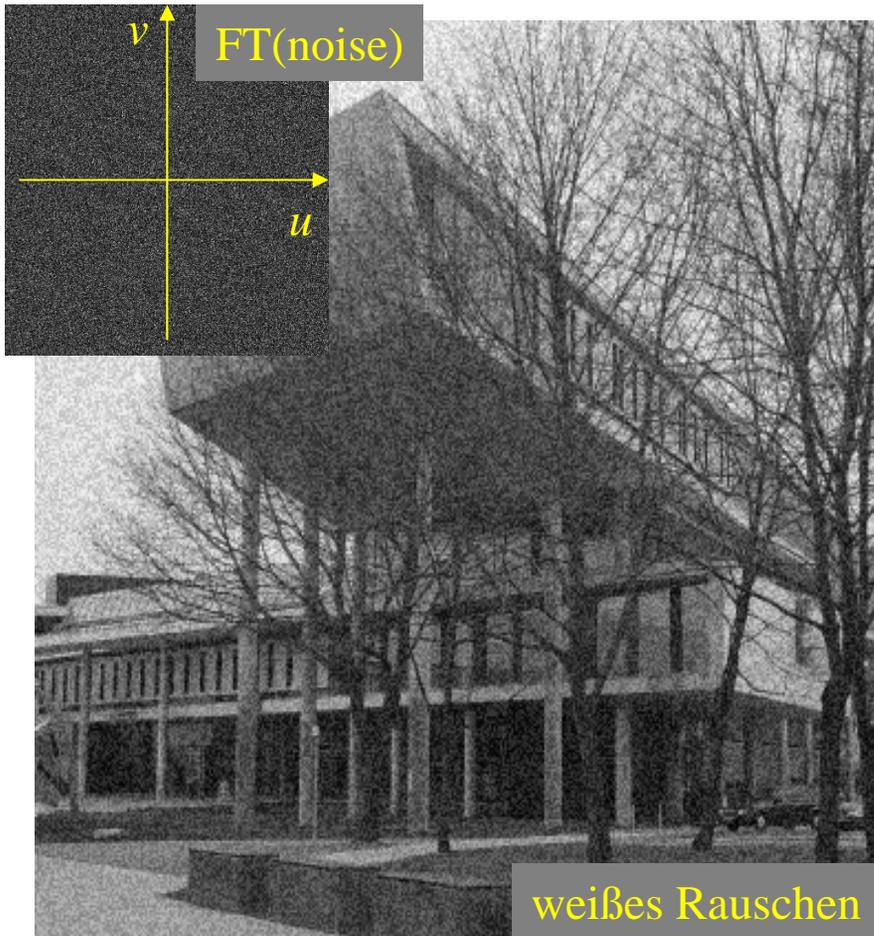
$X \sim \text{Gleich}(a, b)$



Beschreibung von Rauschen

- Charakterisierung im Frequenzbereich, z.B.
 - Weißes Rauschen: Alle Frequenzen mit gleicher Amplitude.
 - Rosa Rauschen: Amplitude im niederfrequenten Bereich höher.
 - Farbige Rauschen: Variierende Amplitude.
- Signal-Rausch-Verhältnis (SNR: Signal-to-Noise-Ratio)
 - $\text{SNR}_{\max} = \max_{m,n}[f(m,n)] / \text{avg}[n(m,n)]$
 - $\text{SNR}_{\emptyset} = \text{avg}[f(m,n)] / \text{avg}[n(m,n)]$.
 - SNR kann auch objektabhängig bestimmt werden

Weißes vs. Rosa Rauschen



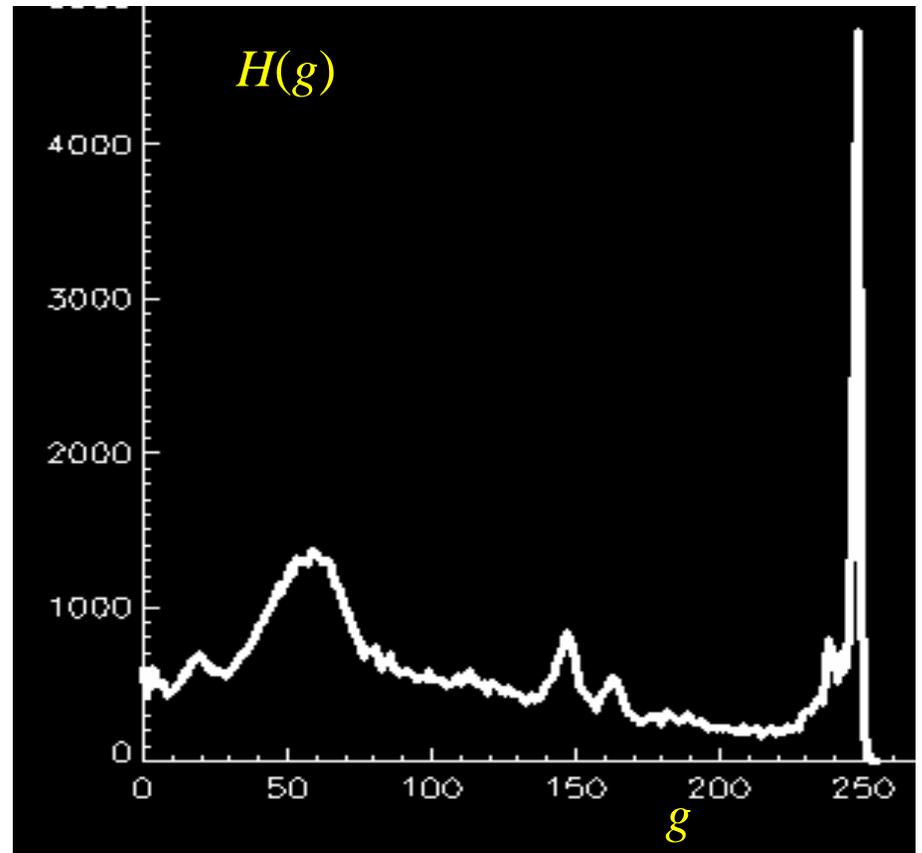
Impulsrauschen

- Einzelne Pixel sind gestört.
- Störung ist maximal (d.h. Pixel ist entweder schwarz oder weiß; Salt-and-Pepper-Noise)



Histogramm

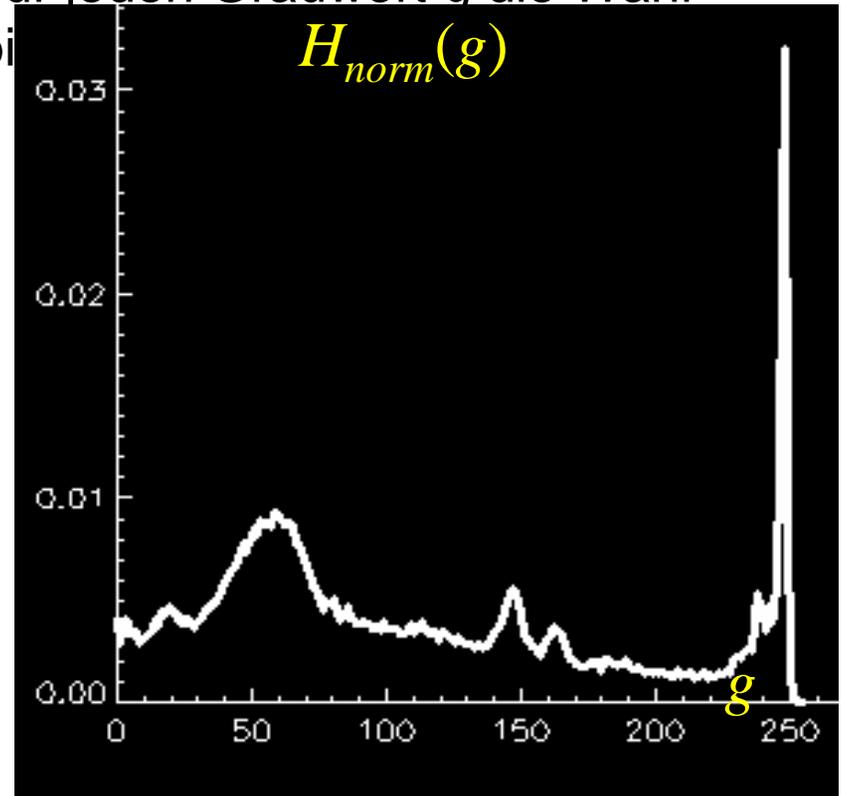
Häufigkeit $H(g)$ der Grauwerte $g=\{0,1,\dots,N-1\}$ in einem Bild.



Normiertes Histogramm

- Normierung nach Anzahl der Pixel eines Bildes (Größe $M \times N$):
 $H_{norm}(g) = H(g) / (M \cdot N)$
- Ein normiertes Histogramm gibt für jeden Grauwert g die Wahr-

beliebi



Informationsgehalt

Messbare Einheit von Information mit intuitiver Bedeutung.

1. Ansatz: Information $I(E)$ eines Grauwerts E ist umso höher, je größer die Gesamtanzahl N der verwendeten Grauwerte ist:

- $I_N(E) = N$.
- Informationsgehalt ist unabhängig davon, welcher Grauwert aus der Liste $E = \{E_0, E_1, \dots, E_{N-1}\}$ übermittelt wurde.
- Für m -wertige Symbole kann eine Informationseinheit für einen Grauwert als $\log_m I_N(E)$ definiert werden.
- Beispiel:
 - Anzahl der Grauwerte: 256
 - Informationsgehalt jedes Grauwerts: 256
 - Symbol: Bit (2-wertig)
 - Informationseinheit: $\log_2 256 = 8$

Informationsgehalt

- **Nachteil:** Informationsgehalt eines häufig vorkommenden Grauwerts ist genauso groß wie die eines selten vorkommenden Werts.
- Information $I(E)$ eines Pixelwerts E unter **Berücksichtigung der Häufigkeit** von E :
 - Umgekehrt proportional zur Wahrscheinlichkeit $P(E)$ des Eintreffens.
 - Logarithmus zur Basis n (n – Wertigkeit der Informationseinheit)

$$I(E) = \log_n 1/P(E) = -\log_n P(E)$$

- Zur Repräsentation der Information $I(E)$ werden $I(E)$ Informationseinheiten benötigt.
- Beispiel für Bits:
 - Wahrscheinlichkeit für Eintreffen von E sei 0.5
 - $I(E) = \log_2 2 = 1$.

Informationsgehalt einer Pixelfolge

- Grauwertbereich $\{g_0, g_1, \dots, g_{N-1}\}$
- Wahrscheinlichkeiten $\{P(g_0), \dots, P(g_{N-1})\}$
- Informationsgehalt einer Folge der Länge k – Wahrscheinlichkeit des Auftretens gewichtet mit Informationsgehalt:

$$= -k \cdot P(g_0) \cdot \log_2 P(g_0) - k \cdot P(g_1) \cdot \log_2 P(g_1) - k \cdot P(g_2) \cdot \log_2 P(g_2) \dots$$

$$= -k \sum_{i=0}^{N-1} P(g_i) \cdot \log_2 P(g_i)$$

- Durchschnittlicher Informationsgehalt = **Entropie**:

$$Entropie(P) = - \sum_{i=0}^{N-1} P(g_i) \cdot \log_2 P(g_i)$$

- Das normierte Histogramm kann als Schätzung für P verwendet werden.

Bildverbesserung

- Verbesserung von Bildeigenschaften zur **besseren Wahrnehmbarkeit** oder zur **Vorbereitung von Analyseschritten**.
- Bildeigenschaften:
 - Signal-Rausch-Verhältnis
 - Kontrast
 - Informationsgehalt
- Punktbasierte Methoden
- Flächenbasierte Methoden

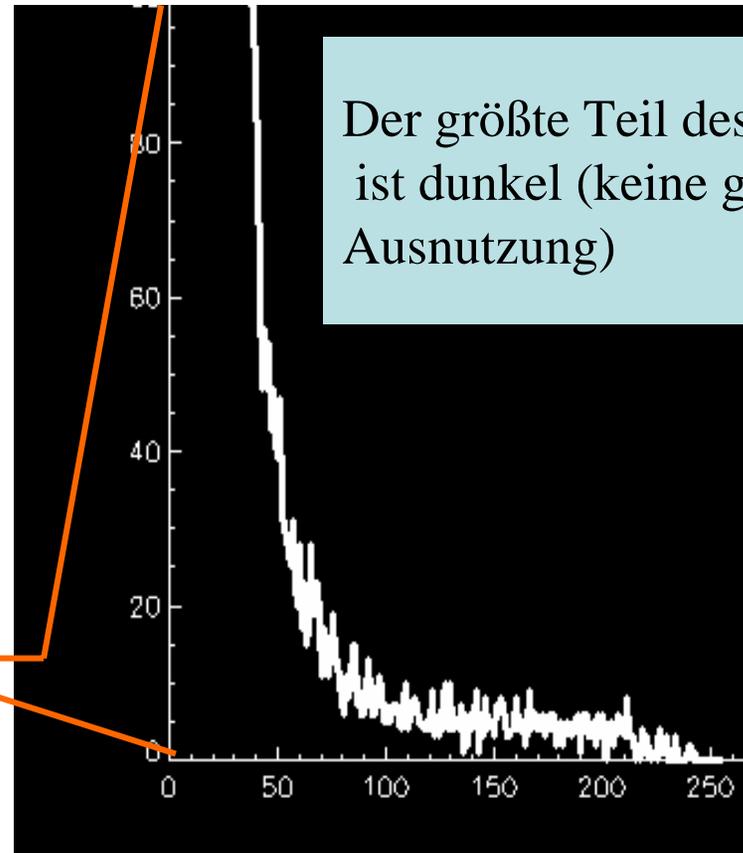
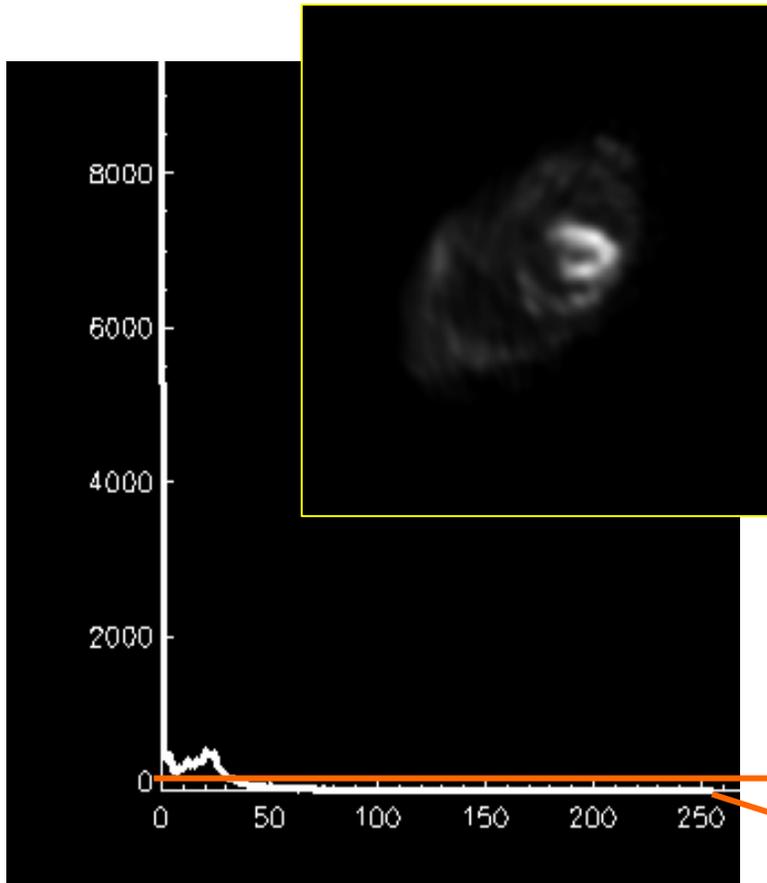


Welches Bild ist besser?
Warum?
Wie ist das messbar?

Pixelbasierte Bildverbesserung

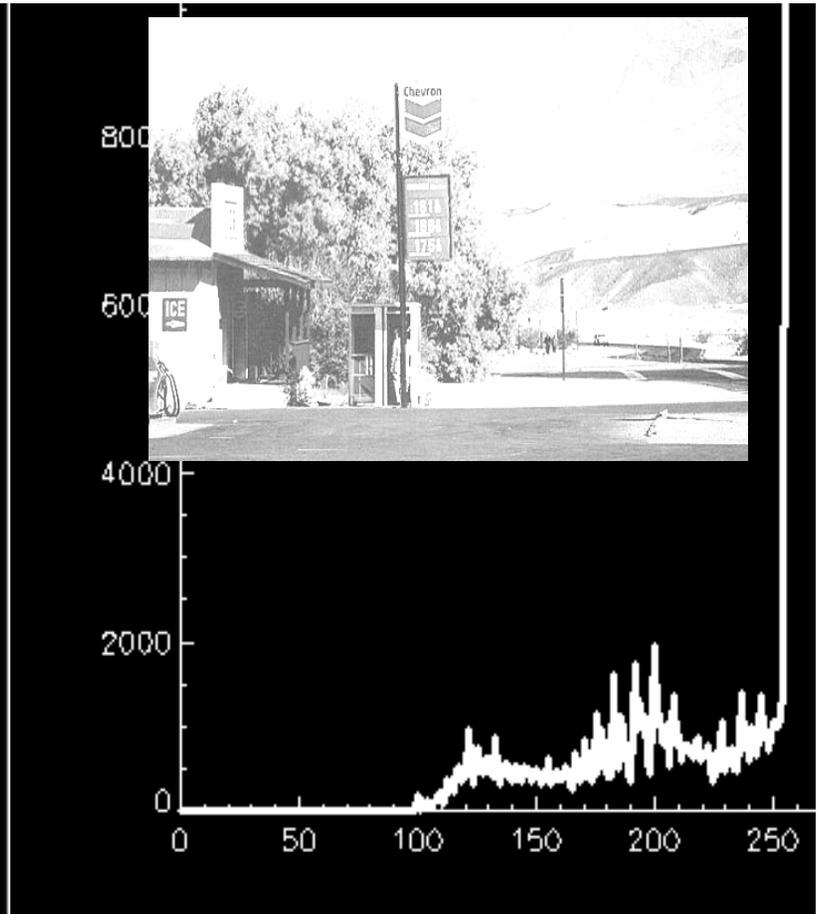
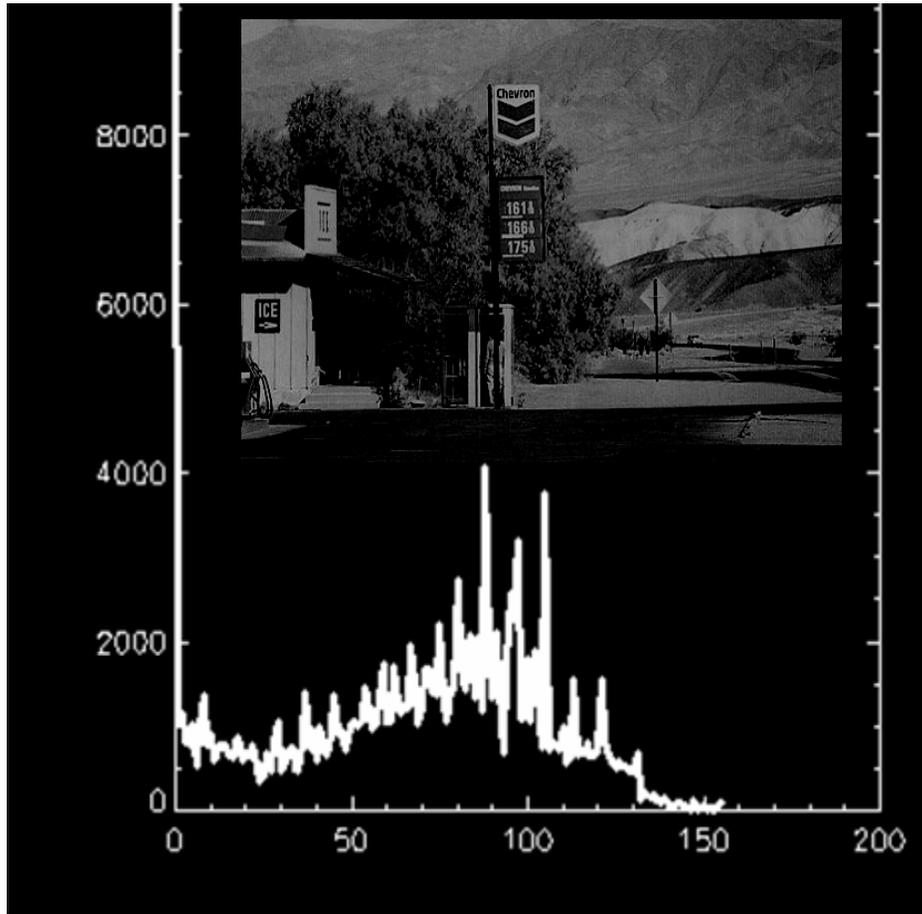
- Abbildung der Grau-/Farbwerte unabhängig von ihrem Ort oder ihrer Zuordnung
 - innerhalb der Grau- bzw. Farbwerte: $g_{neu} = f(g)$ oder $[r_{neu}, g_{neu}, b_{neu}] = [f(r), f(g), f(b)]$
 - von Grauwerten in Farbwerte (Falschfarbdarstellung): $[r_{neu}, g_{neu}, b_{neu}] = [f_1(g), f_2(g), f_3(g)]$
- Qualitätsmerkmal: globaler/lokaler Kontrast, Entropie
- Methoden
 - Monotone Abbildung der Grauwerte
 - Nichtmonotone Grauwertabbildung
 - Falschfarbdarstellung

Nutzung des Grauwertspektrums



Der größte Teil des Bildes ist dunkel (keine gute Ausnutzung)

Unter-/Überbelichtung



Kontrast

- **Globaler Kontrast:** Größter Grauwertunterschied im Bild

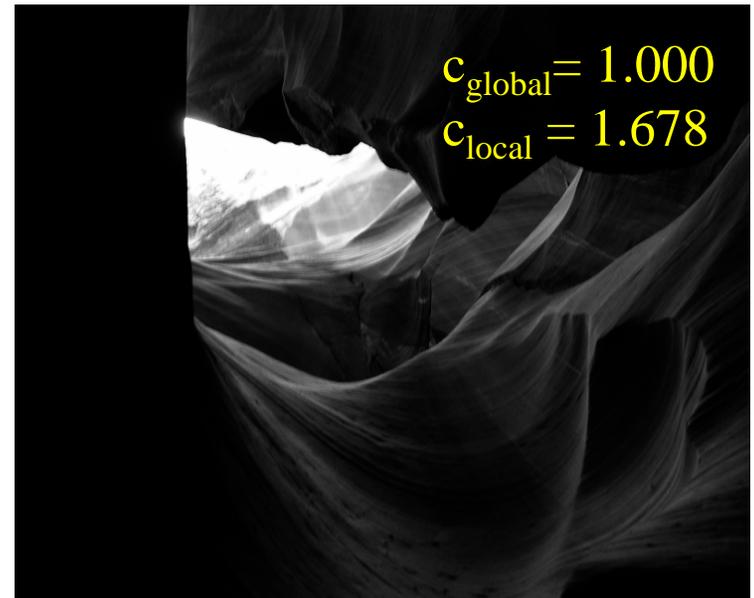
$$c_{\text{global}}(f) = [\max_{m,n}(f(m,n)) - \min_{m,n}(f(m,n))] / g_{\text{range}}$$

mit g_{range} - Grauwertbereich

- **Lokaler Kontrast:** z.B. durchschnittlicher Grauwertunterschied zwischen benachbarten Pixeln

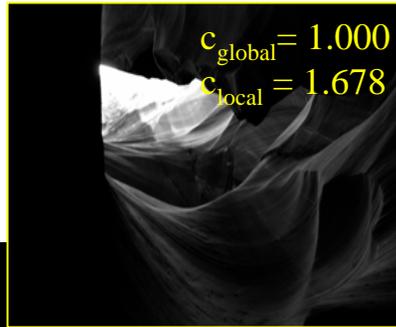
$$c_{\text{local}}(f) = 1/MN \sum_m \sum_n |f(m,n) - f_{nb}(m,n)|$$

mit $f_{nb}(m,n)$ – durchschnittlicher Grauwert in der Umgebung von (m,n) .



Globaler / Lokaler Kontrast

$$c_{\text{global}} = 0.500$$
$$c_{\text{local}} = 0.839$$

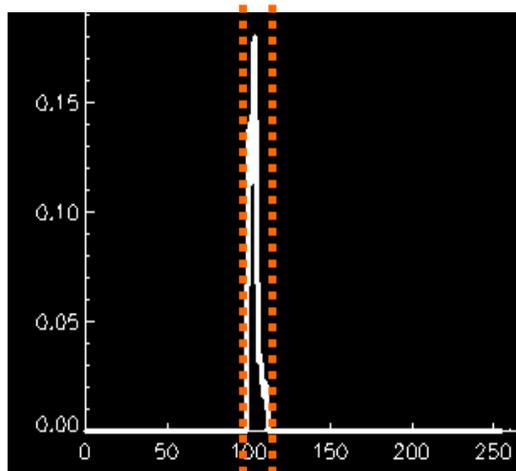


$$c_{\text{global}} = 1.000$$
$$c_{\text{local}} = 4.580$$



Maximierung des globalen Kontrasts

- Kontrastumfang $g_{max} - g_{min}$ im Verhältnis zum maximalen Wertebereich $w_{min} \dots w_{max}$ (z.B. 0...255) ist Skalierungsfaktor.
- Transformiert $g'(g) = (g - g_{min}) \cdot \frac{w_{max} - w_{min}}{g_{max} - g_{min}}$



g_{min} g_{max}

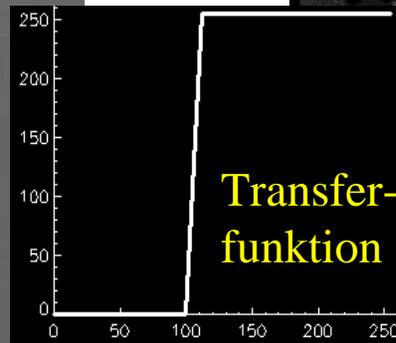
←
Histogramm



Maximierung des globalen Kontrasts

$$g'(g) = (g - g_{\min}) \cdot \frac{w_{\max} - w_{\min}}{g_{\max} - g_{\min}}, \quad g_{\min} = 100, g_{\max} = 112, w_{\min} = 0, w_{\max} = 255$$

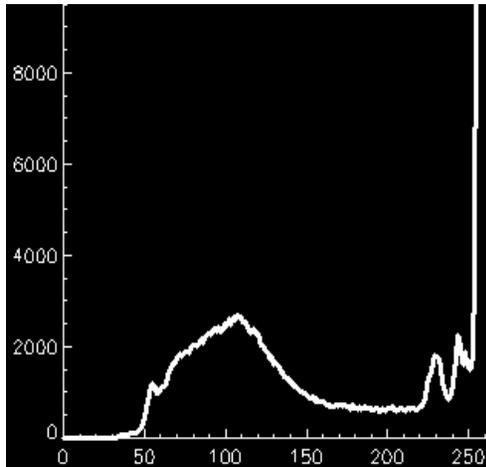
$$g'(g) = (g - 100) \cdot \frac{255}{12}$$



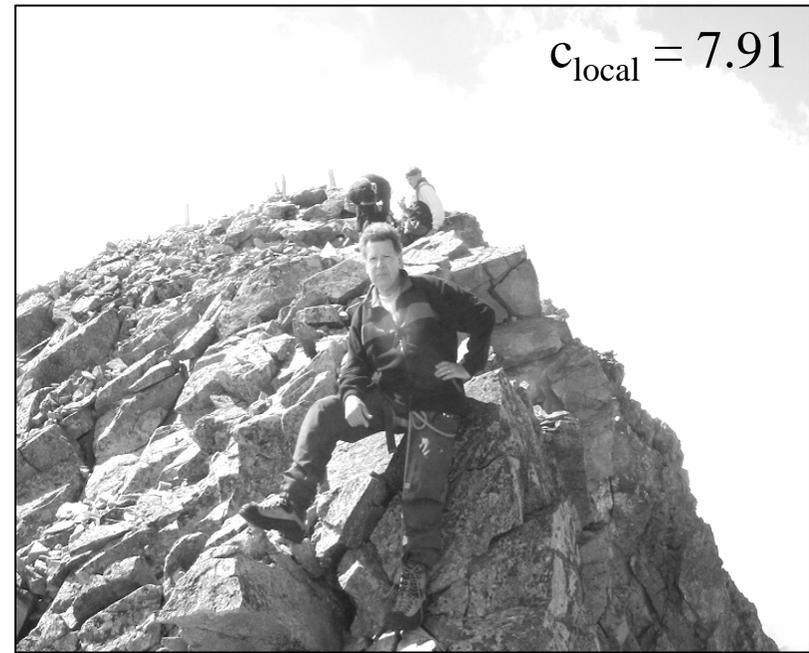
Verbesserung des lokalen Kontrasts

- Bild ist zu hell (zu dunkel), aber Grauwertbereich ist nahezu ausgenutzt.
- Nichtlineare, monotone Transferfunktion, z.B. Gammakorrektur:

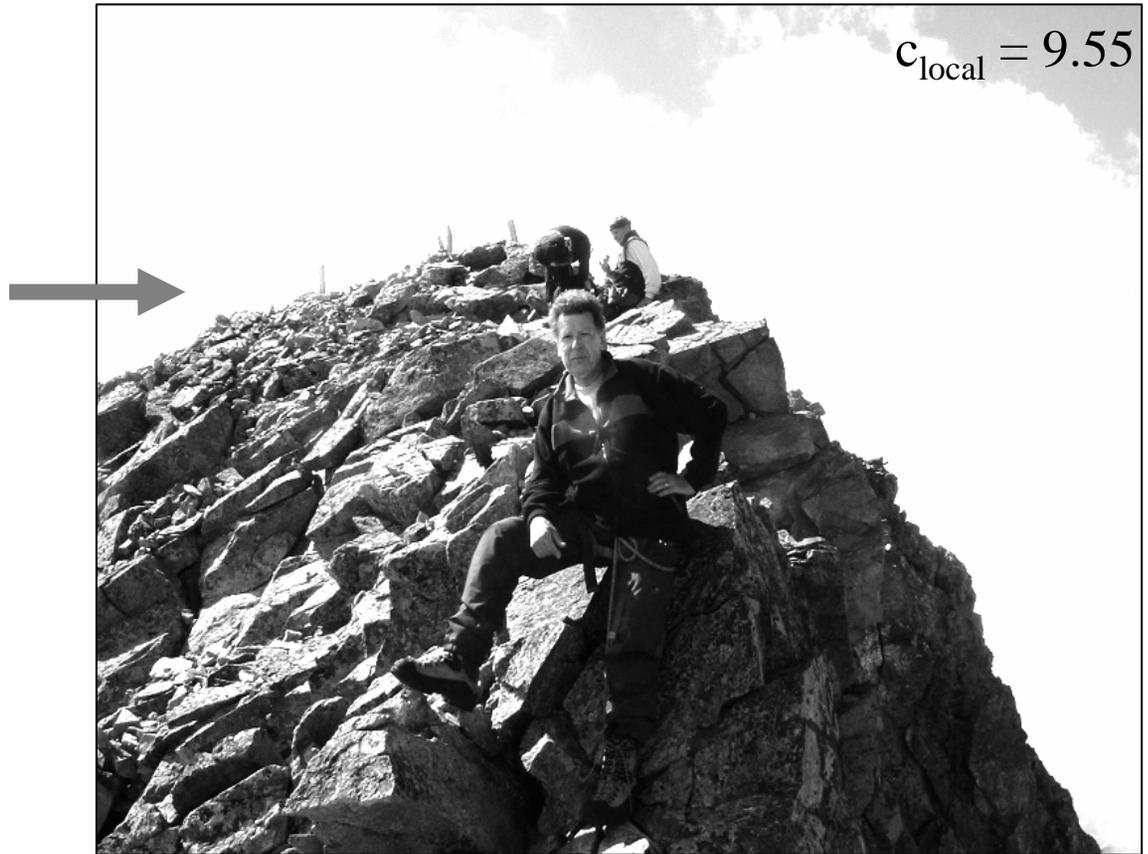
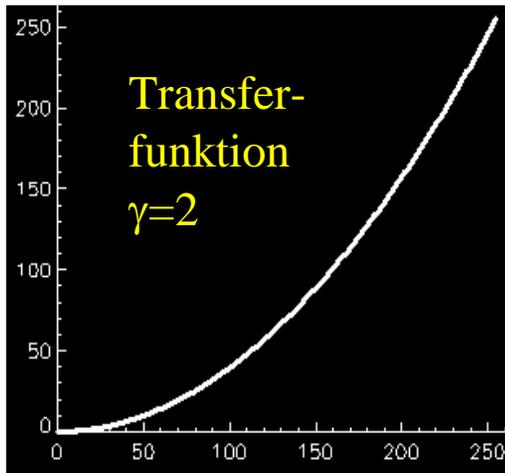
$$g'(g) = w_{\max} \cdot \left(\frac{g}{w_{\max}} \right)^{\gamma}$$



←
Histogramm

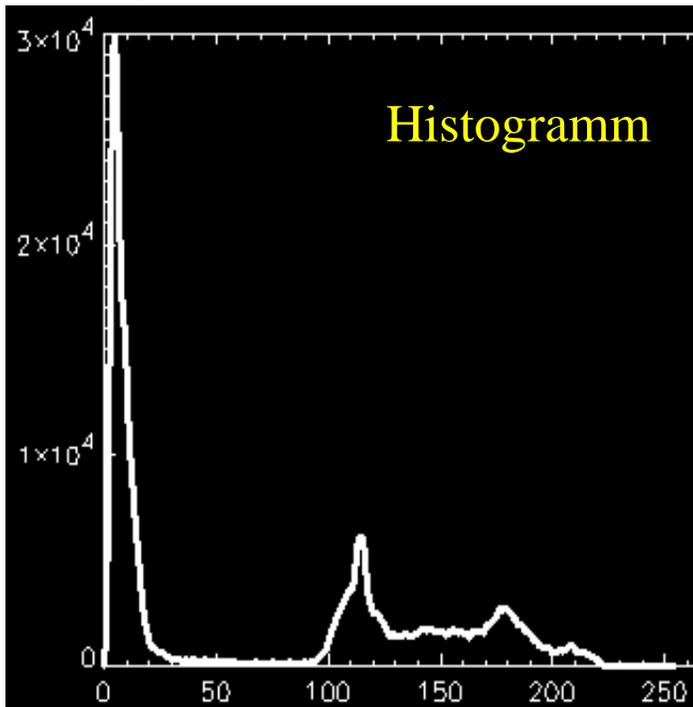


Verbesserung des lokalen Kontrasts

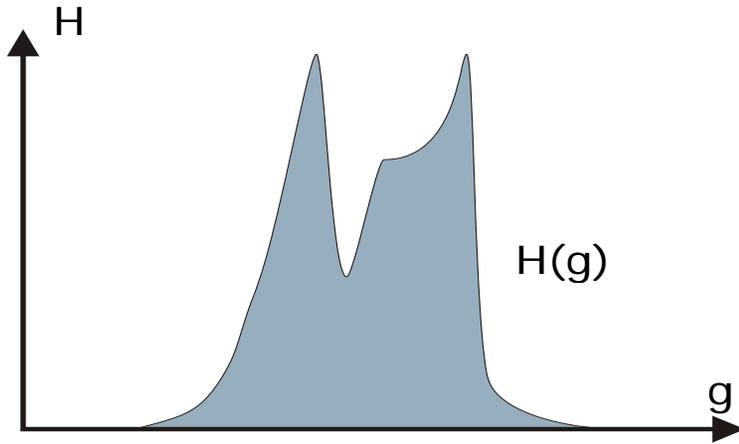


Maximierung des Informationsgehalts

- Gibt es eine „optimale“ Korrektur?
- Optimal = maximaler

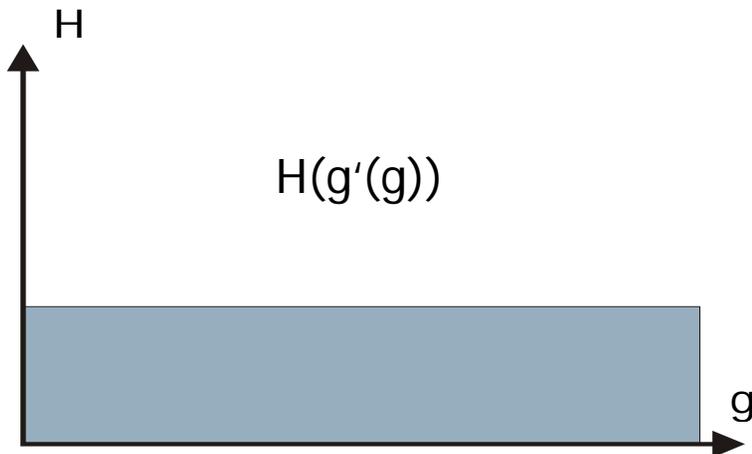


Maximaler Informationsgehalt



Entropie ist maximal, falls $P(g_i)=\text{const}$ für $i=0, N-1$

gesucht: Histogrammtransformation $g'(g)$
zur Maximierung der Entropie



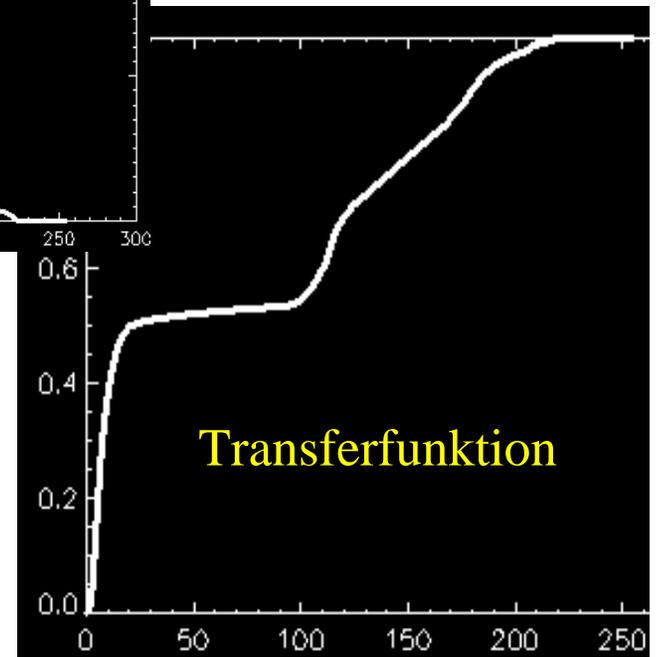
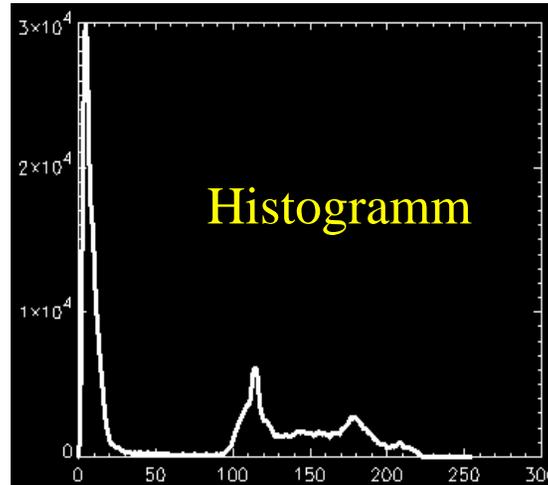
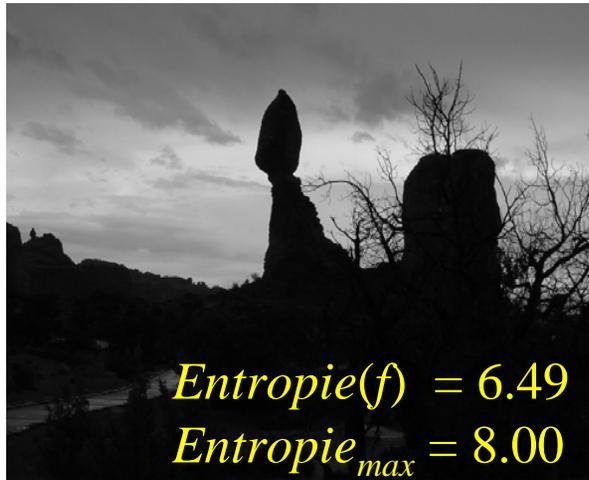
Annahme:

$H(g)$ ist normiert und kontinuierlich, d.h., $\int H(g)=1$.

Dann existiert die folgende Transferfunktion g' :

$$g'(g) = \int_{0 \dots g} H(w) dw$$

Beispiel



Aber: was ist, falls $g'(g) \cdot (N-1)$ keine ganze Zahl ist?

Histogrammlinearisierung

Transferfunktion für ein diskretes Histogramm:

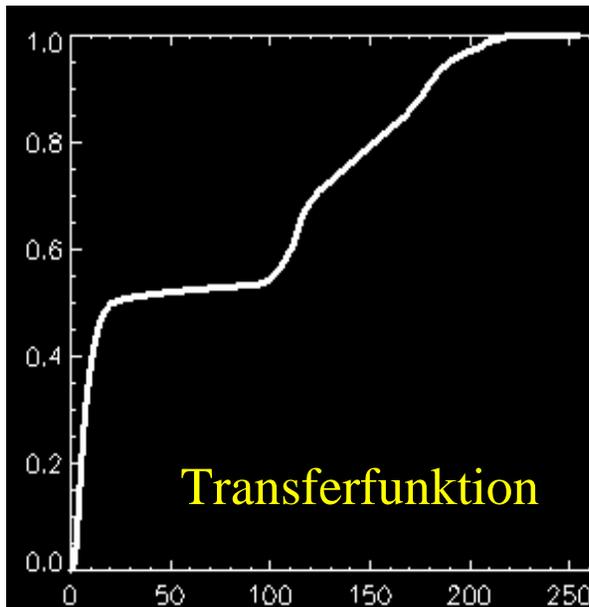
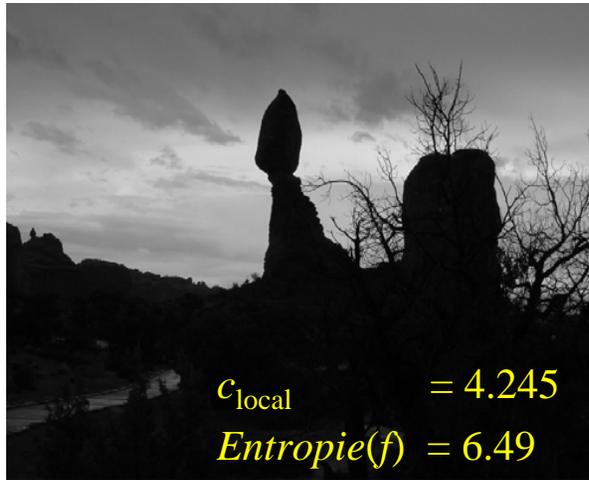
$$E[H(g)] = \lceil N_g \cdot \sum_{w=0\dots g} H(w) \rceil - 1, \text{ mit: } N_g - \text{Anzahl der Grauwerte.}$$

Beispiel:

Grauwert	0	1	2	3	4	5	6	7
Häufigkeit	50	150	350	250	100	60	30	10
H(g)	0.05	0.15	0.35	0.25	0.10	0.06	0.03	0.01
kumulativ	0.05	0.20	0.55	0.80	0.90	0.96	0.99	1.00
Grauwert	0.4	1.6	4.4	6.4	7.2	7.68	7.92	8.00
aufgerundet	1	2	5	7	8	8	8	8
$\lceil \rceil - 1$	0	1	4	6	7	7	7	7

Keine **Linearisierung**, sondern von der Häufigkeit abhängige **Spreizung**.

Beispiel



Warum wurde die Entropie **kleiner**?

Beispiel

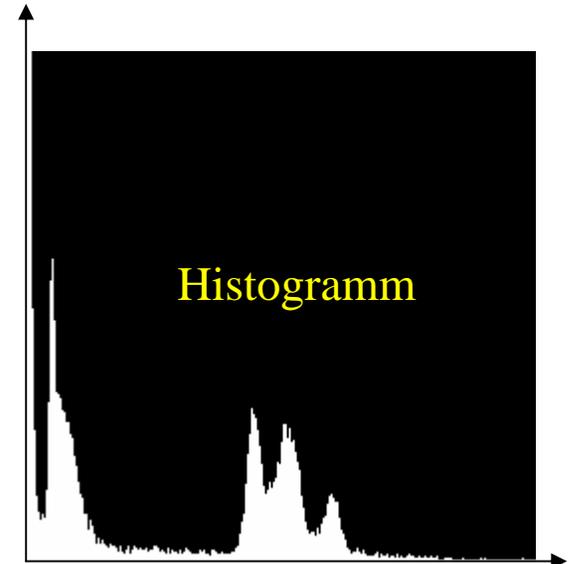


Das geht auch in Farbe.
Farbkanäle werden un-
abhängig voneinander
behandelt.

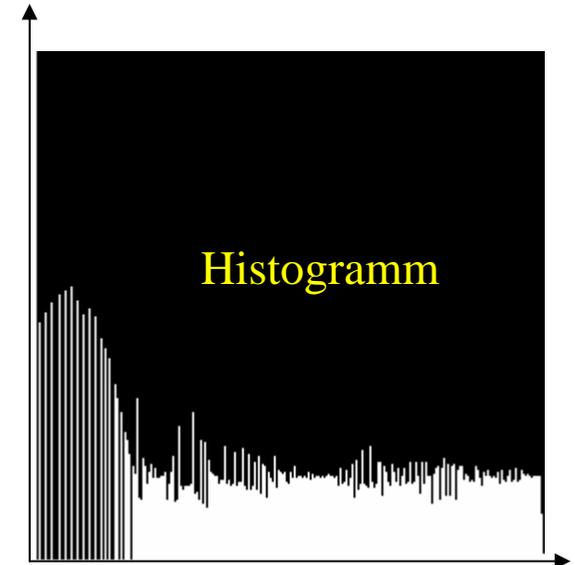
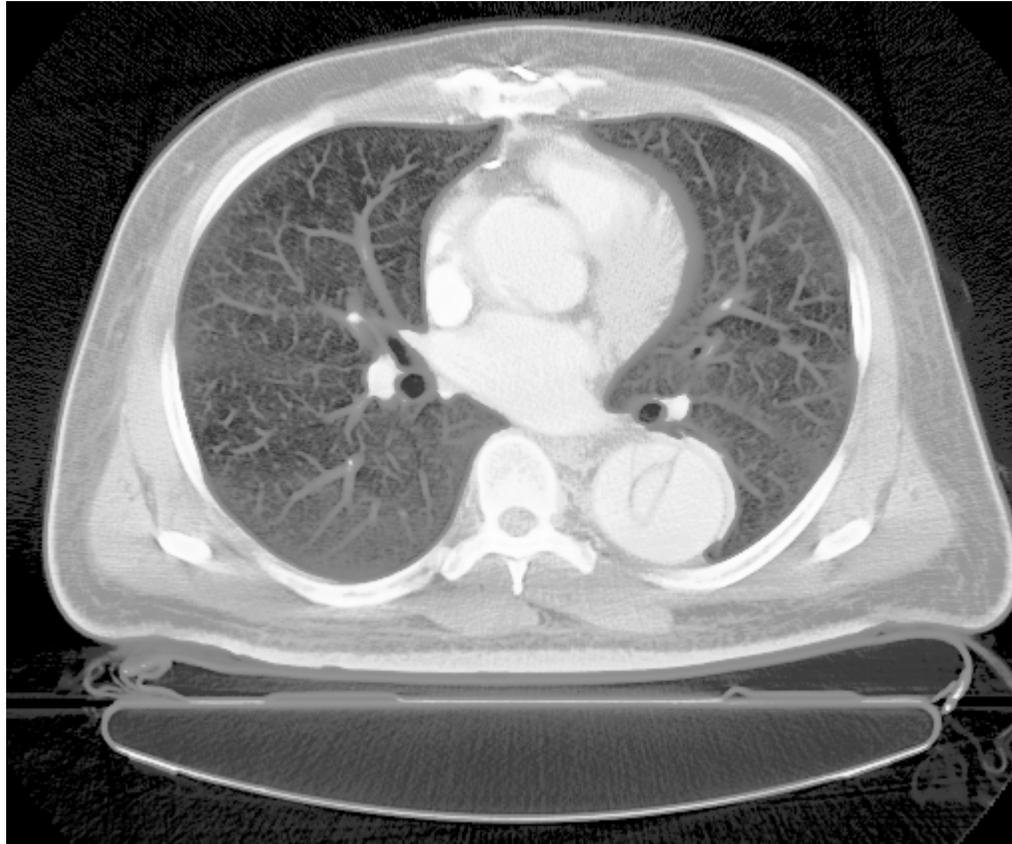
(Ist das eine gute Idee?)



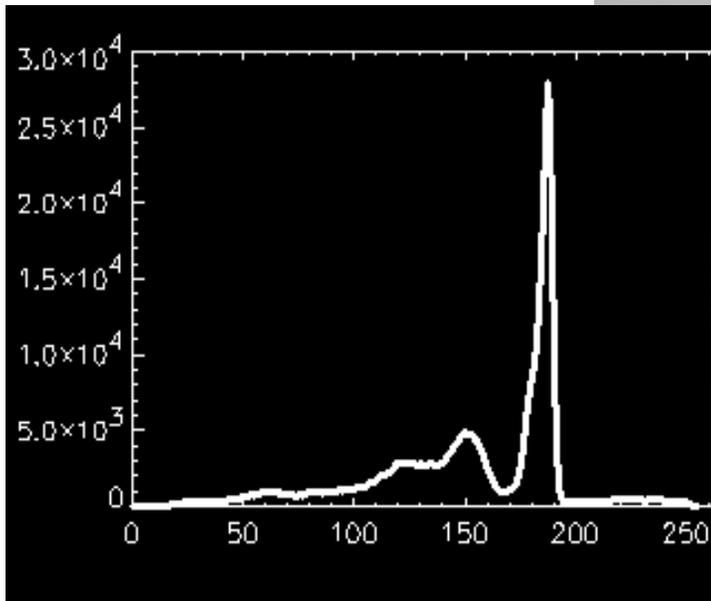
Histogrammlinearisierung



Histogrammlinearisierung



Problem



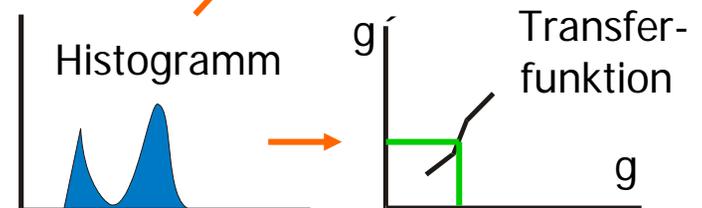
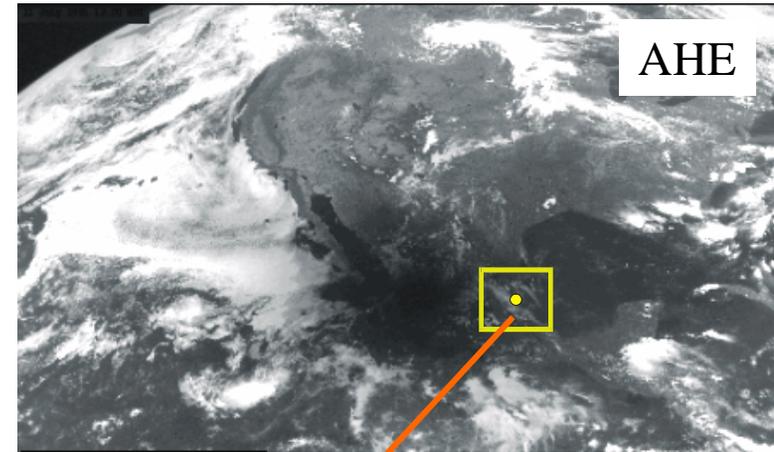
Proble m



Das „Unwichtige“ wurde verstärkt, das Wichtige abgeschwächt!

Histogrammlinearisation - Varianten

- Adaptive Histogram Equalisation (AHE)
 - Histogramm wird an jedem Punkt für eine vorgegebene Umgebung erstellt.
 - Linearisierung nach diesem Histogramm
 - Nur der Grauwert des betreffenden Punkts wird modifiziert
- Contrast Limited Adaptive Histogram Equalisation (CLAHE):
 - wie AHE, aber Kontrastverstärkung nur bis zu einem gewissen Maximum.
 - verhindert die bei AHE vorkommende Kontrastverstärkung im Bildhintergrund.



Adaptive Histogrammlinearisierung



Kontrastlimitierte AHE

