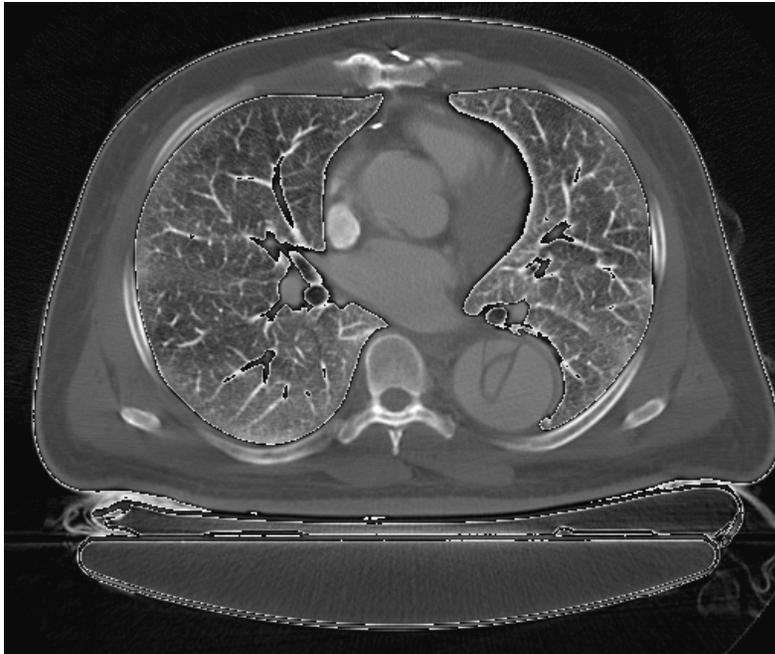
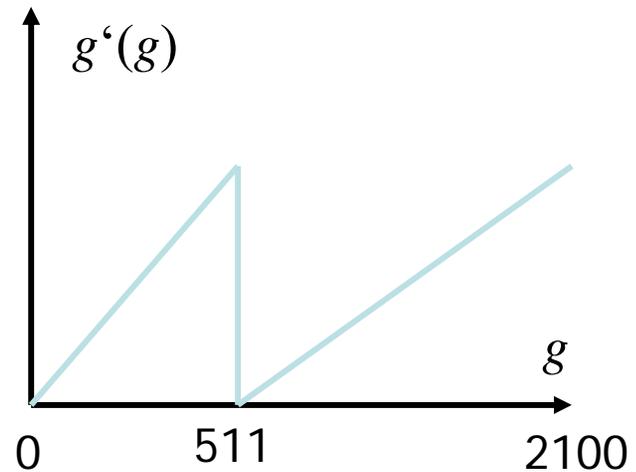


Nichtmonotone Grauwertabbildung

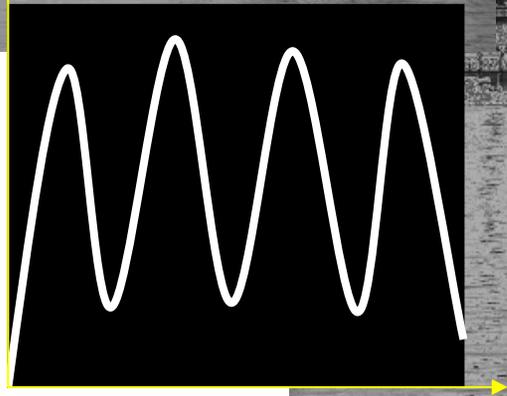
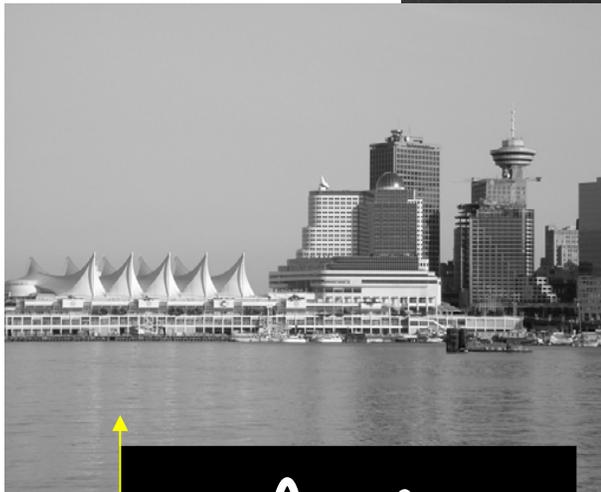


Zwei Grauwertfenster in einem Bild.



- Erzeugt künstliche Kanten.
- Grenzen von Maxima der Transferfunktion nicht immer erkennbar.

Beispiel



Eine Zuordnung zwischen Helligkeit und ursprünglichem Grauwert ist nicht mehr herstellbar.

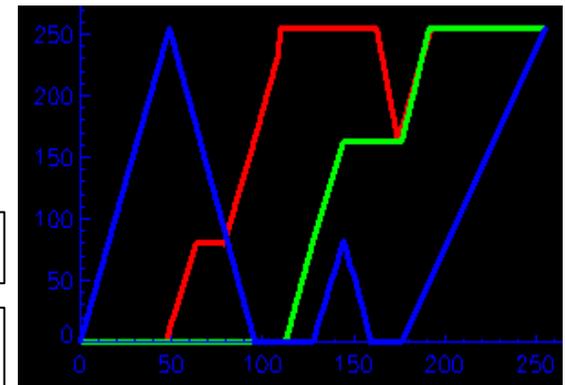
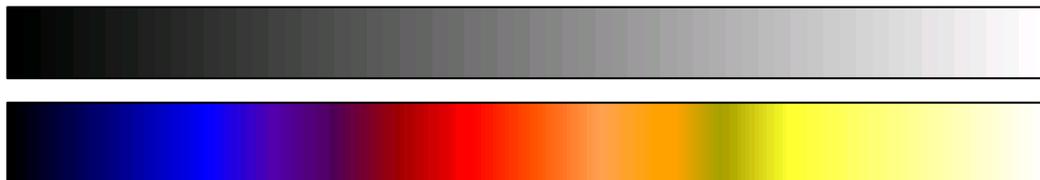
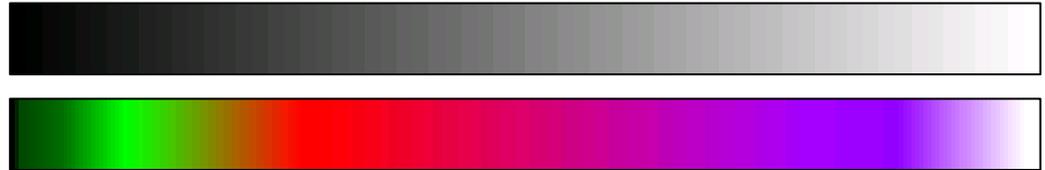
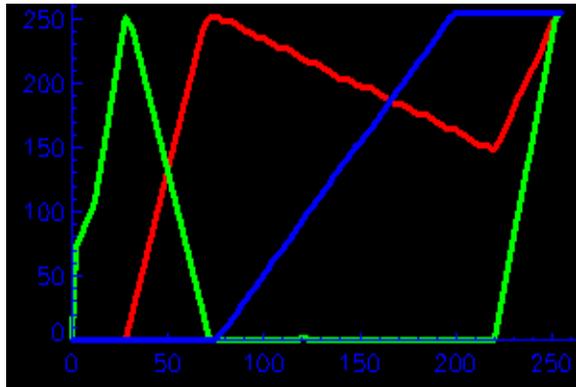
Analoge Variante: Solarisation



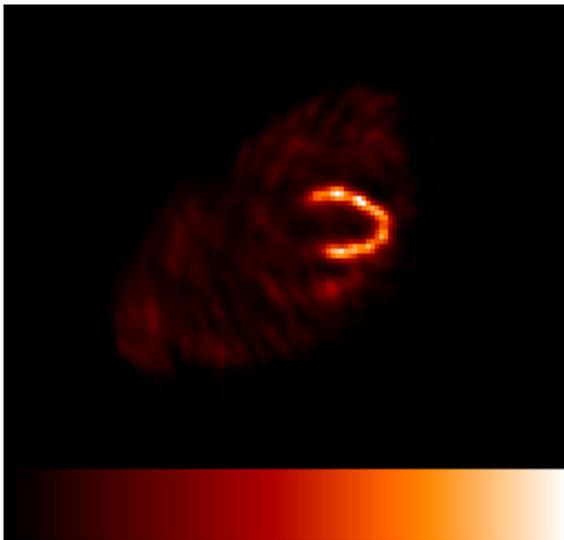
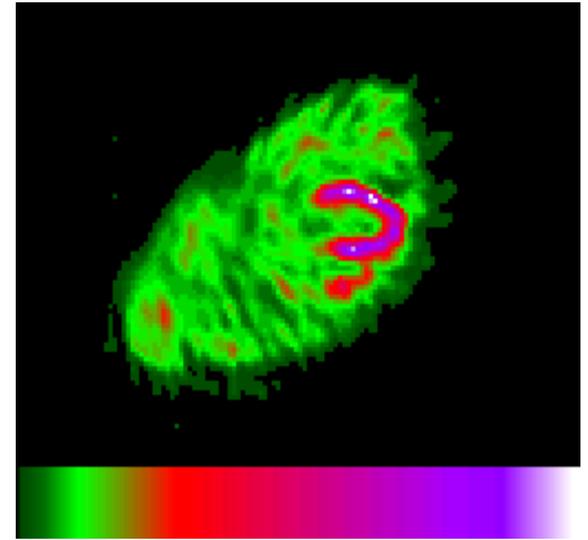
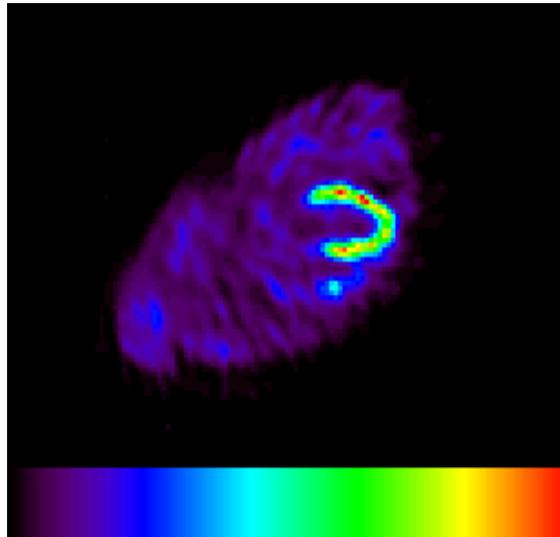
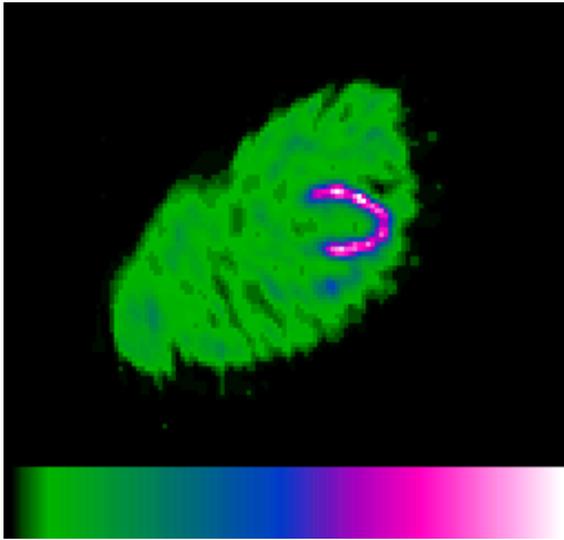
- Lange bekannter chemischer Effekt bei der Negativ- oder Positiventwicklung
- Entsteht durch zus. Belichtung während der Entwicklung
 - z.B.: jemand betritt unangemeldet die Dunkelkammer
- Bewirkt nichtmonotone Schwärzungskurve
- Schwer zu steuern in der analogen Photographie
- Fotos oben von 1938, 1950 <http://www.bsz-bw.de/eu/hoepffner-schoffers/>

Farbe zur Kontrastverstärkung

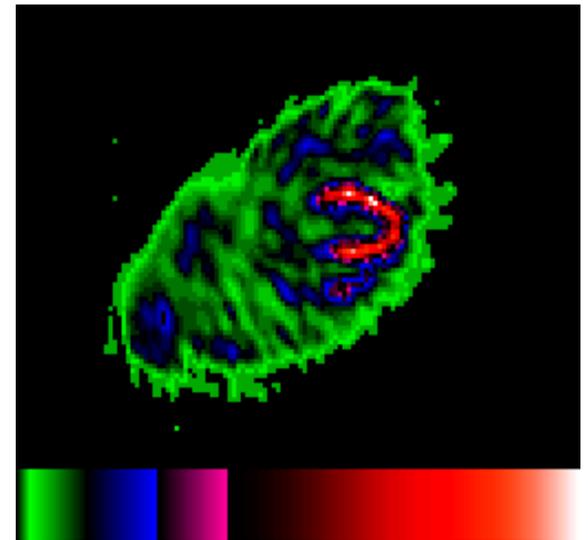
- Es können wesentlich mehr Farb- als Grauwerte unterschieden werden.
- Kontrastverstärkung durch drei nicht-lineare, nicht-monotone Abbildungsfunktionen der Grauwerte: $red_i(g)$, $green_i(g)$, $blue_i(g)$



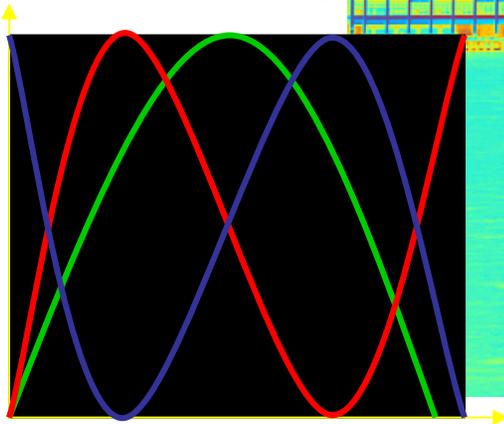
Beispiel



Achtung:
Nichtlineare
Transformationen
erzeugen
künstliche Kanten.

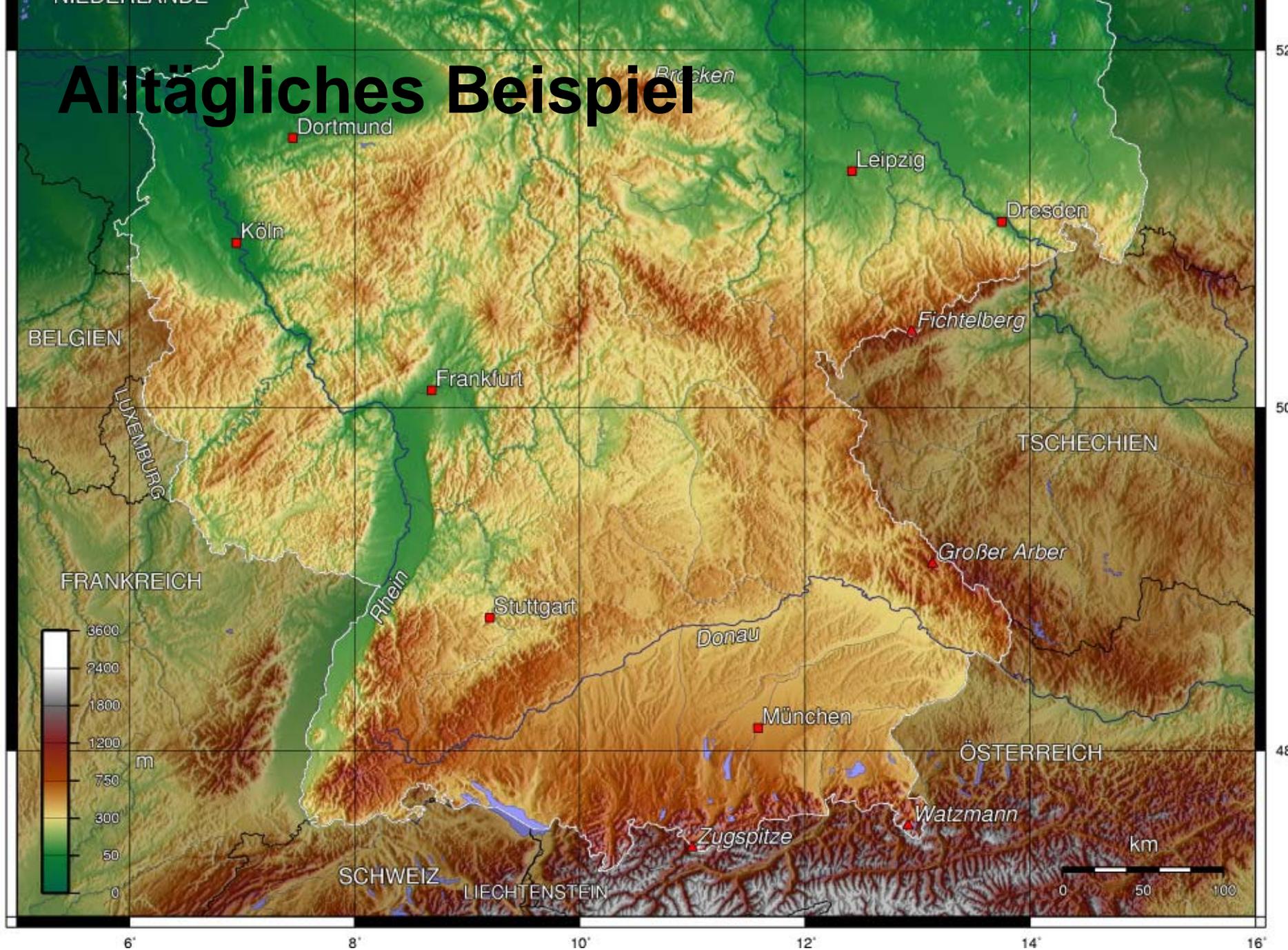


Beispiel



Ein Zusammenhang zwischen Farbe und Grauwert ist nicht mehr erkennbar.

Altägliches Beispiel



Was sollten Sie bis hierhin gelernt haben?

- Punktbasierte Verfahren werden über eine Transferfunktion zwischen Grauwerten (Farbwerten) definiert.
- Grauwerttransformationen
 - monoton: linear, γ -Korrektur, Histogrammlinearisation
 - Nicht monoton: Stufentransformation, Falschfarbdarstellung.
- Erfolg kann an kontrastbasierten Maßzahlen ermittelt werden.
- Objektabhängige Bildverbesserung erfordert Zusatzwissen.

Flächenbasierte Bildverbesserung

- Rauschen kann durch Integration einer Signalfolge mit (nahezu) konstantem Signal reduziert werden.
- Konstante Signalfolge:
 - Integration über eine zeitliche Folge.
 - Integration über eine homogene Fläche.
- Lineare verschiebungsinvariante Operatoren
 - Konvolutionsmethoden
 - Filterung im Frequenzraum

Zeitliche Folge

- Annahmen

- Aufnahme mehrerer Bilder $g_i, i=1, I$ über einen gegebenen Zeitraum.
- Bild verändert sich über den Zeitraum nicht (keine Bewegung, keine Beleuchtungsänderung).
- Erwartungswert E des Rauschens n ist 0.

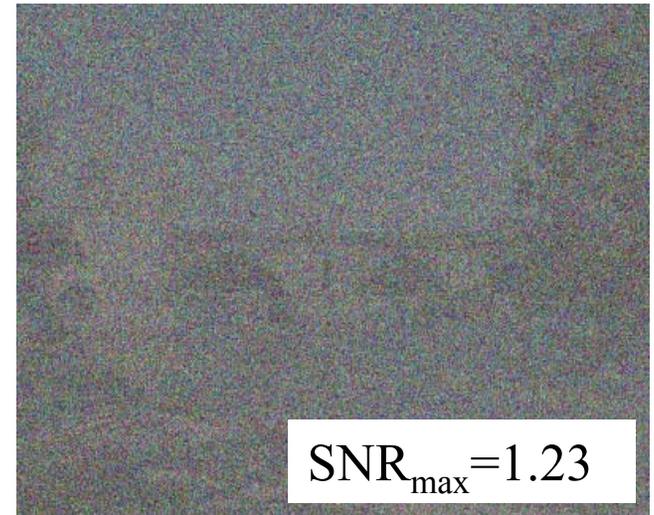
- Näherung an die unverrauschte Funktion f :

- $$E\{g(m,n)\} = E\{f(m,n)\} + E\{n(m,n)\}$$
$$= E\{f(m,n)\} + 0 = f(m,n)$$
- Abschätzung von $E\{g(m,n)\}$ durch Integration über die Bilder.



Beispiel

- Einzelne Aufnahme mit normalverteiltem Rauschen ($\text{SNR} \approx 1.2$).
- Addition von 10 bzw. 50 Aufnahmen.



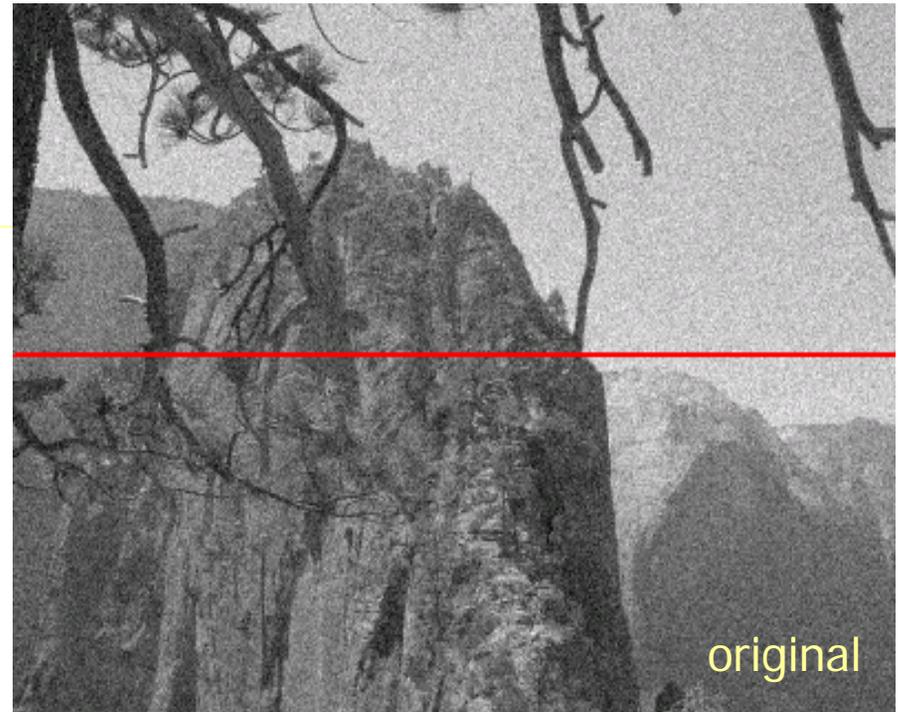
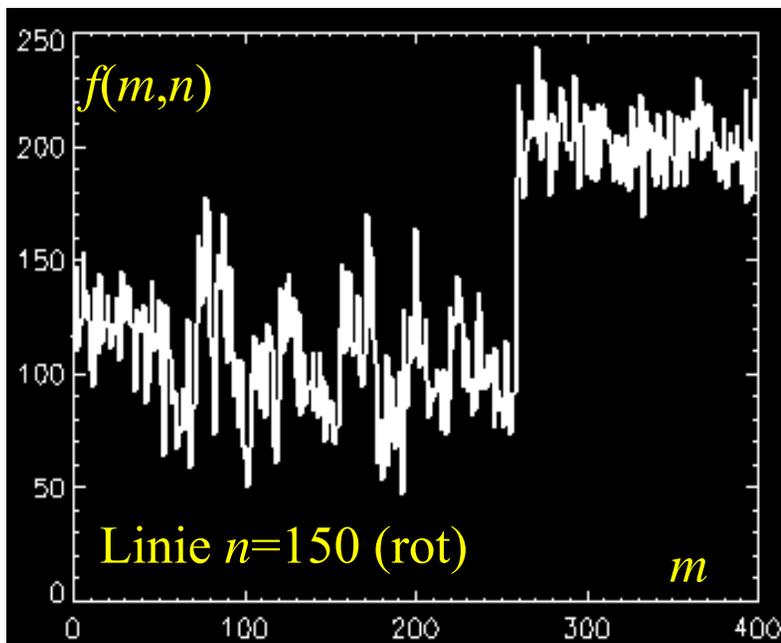
Integration über die Fläche

- Falls für eine Reihe von Bildpunkten (p_0, \dots, p_n) gilt, dass $f(p_i) = \text{const}$, dann kann Rauschen n mit $E\{n\} = 0$ durch Addition der gemessenen Funktionswerte $g(p_i)$ reduziert werden.
- Annahmen:
 - Bild besteht aus homogenen Bereichen.
 - Benachbarte Punkte haben den gleichen Grauwert.
- Rauschunterdrückung:
 - Mittelwertbildung über vorgegebene Nachbarschaft.



Mittelwertbildung durch Konvolution

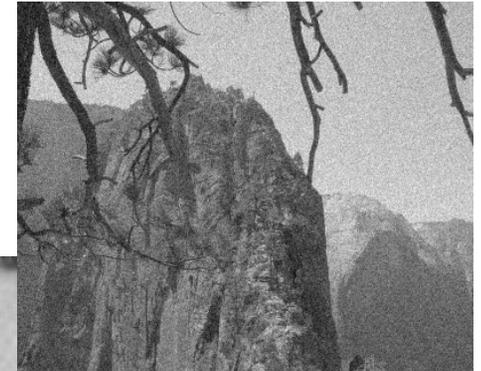
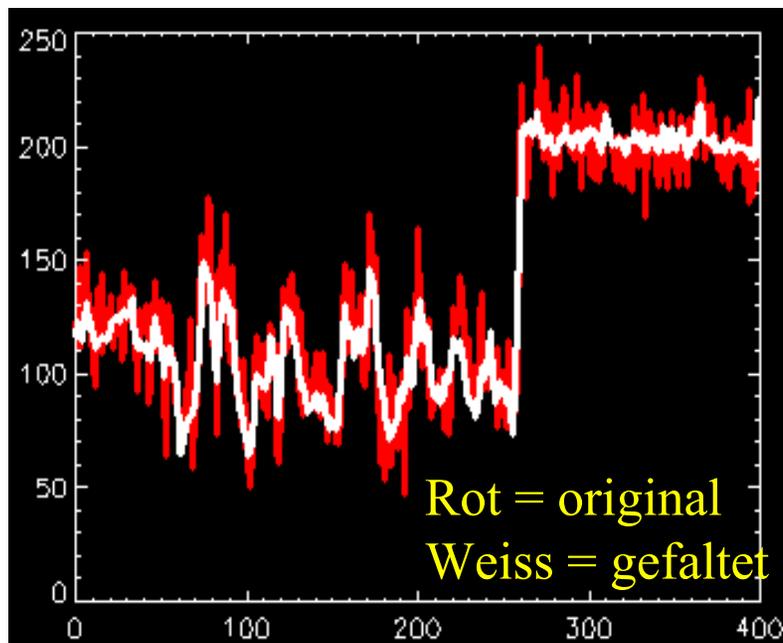
Konvolutionskern: Gleichmäßige Gewichtung der Pixel in einer gegebenen Nachbarschaft



3x3 Boxcar-Filter

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

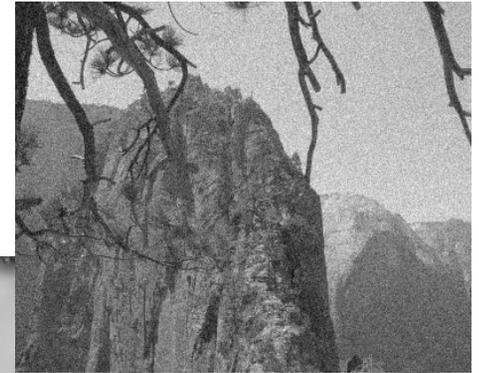
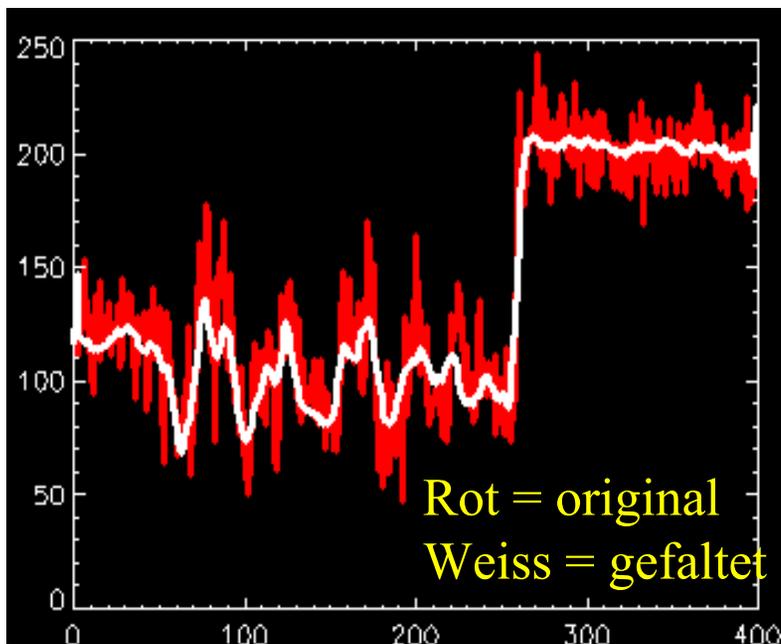
Filterkern



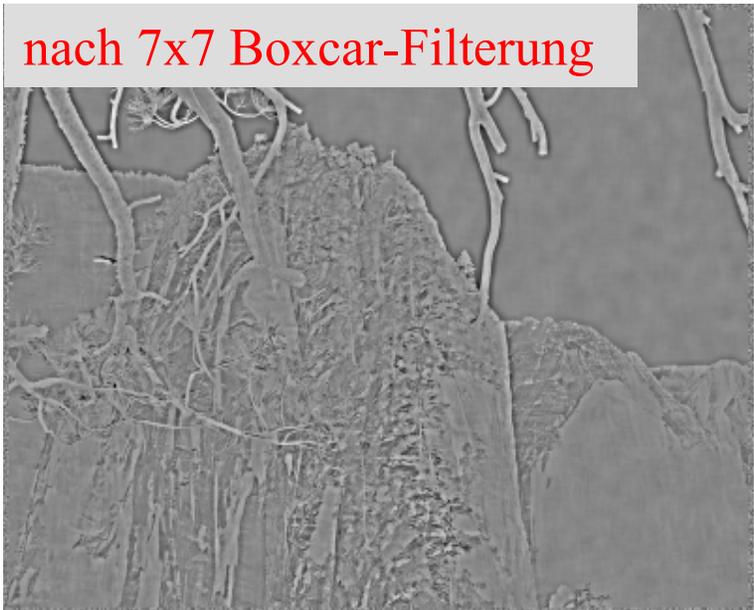
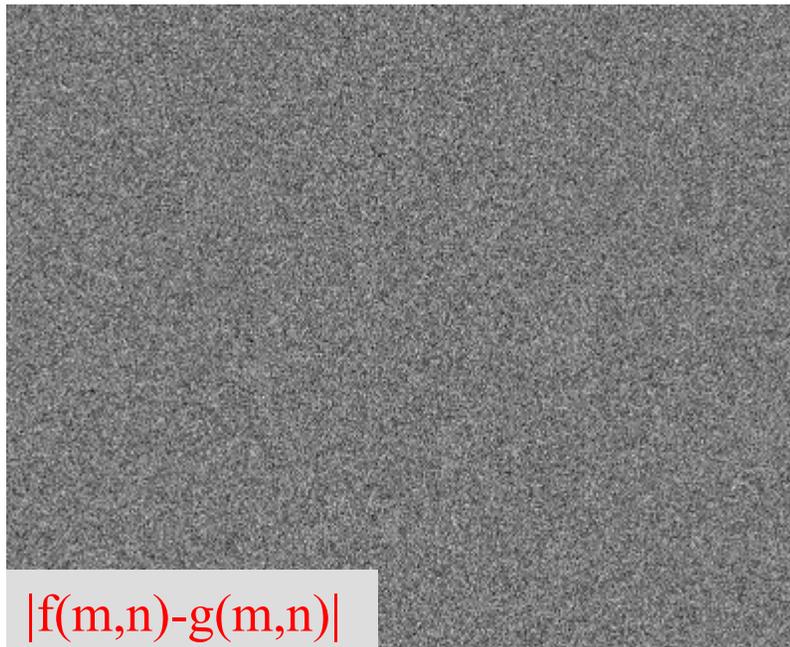
7x7 Boxcar-Filter

Beobachtung: Kanten werden degradiert.

Grund: Annahme konstanter Funktionswerte ist nicht wahr.

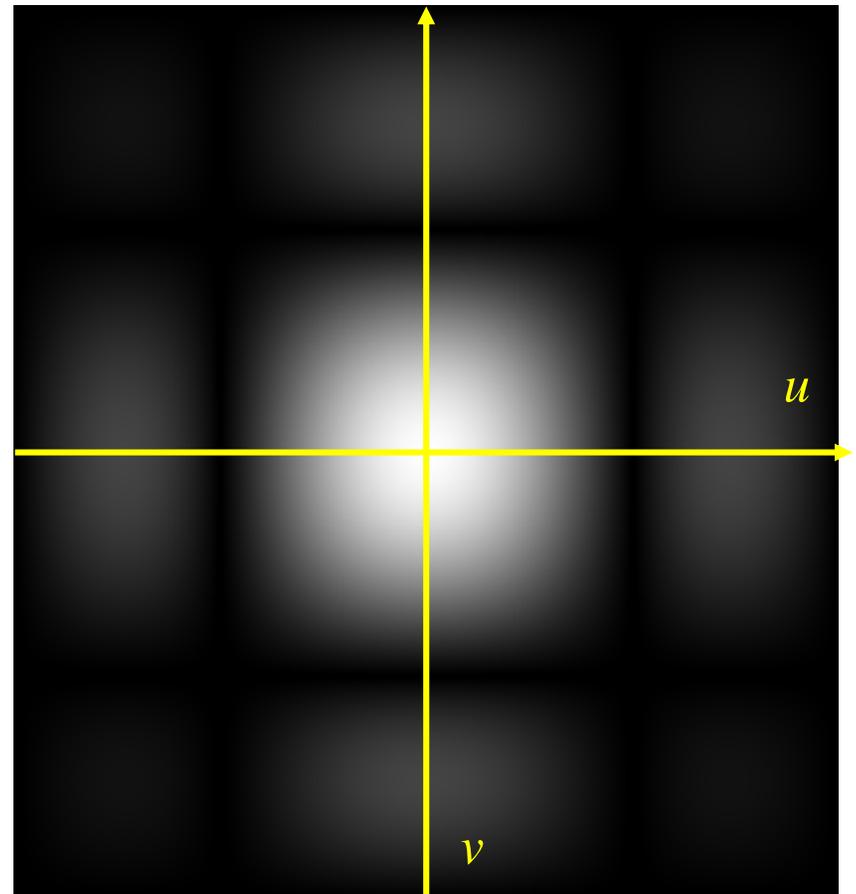
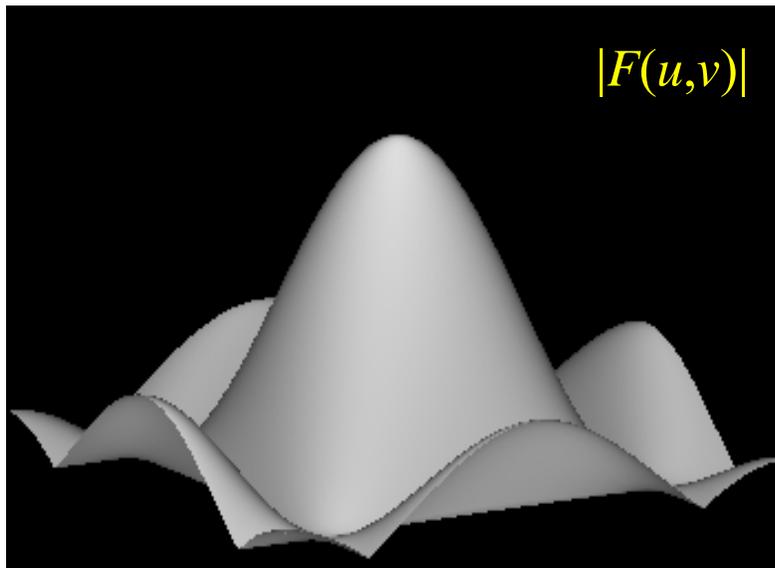


Verhalten an Kanten



Richtungsabhängigkeit des Mittelwertfilters

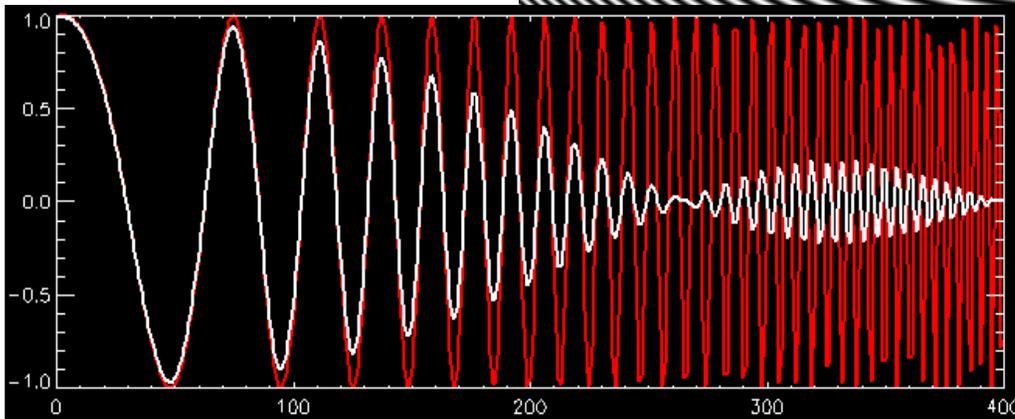
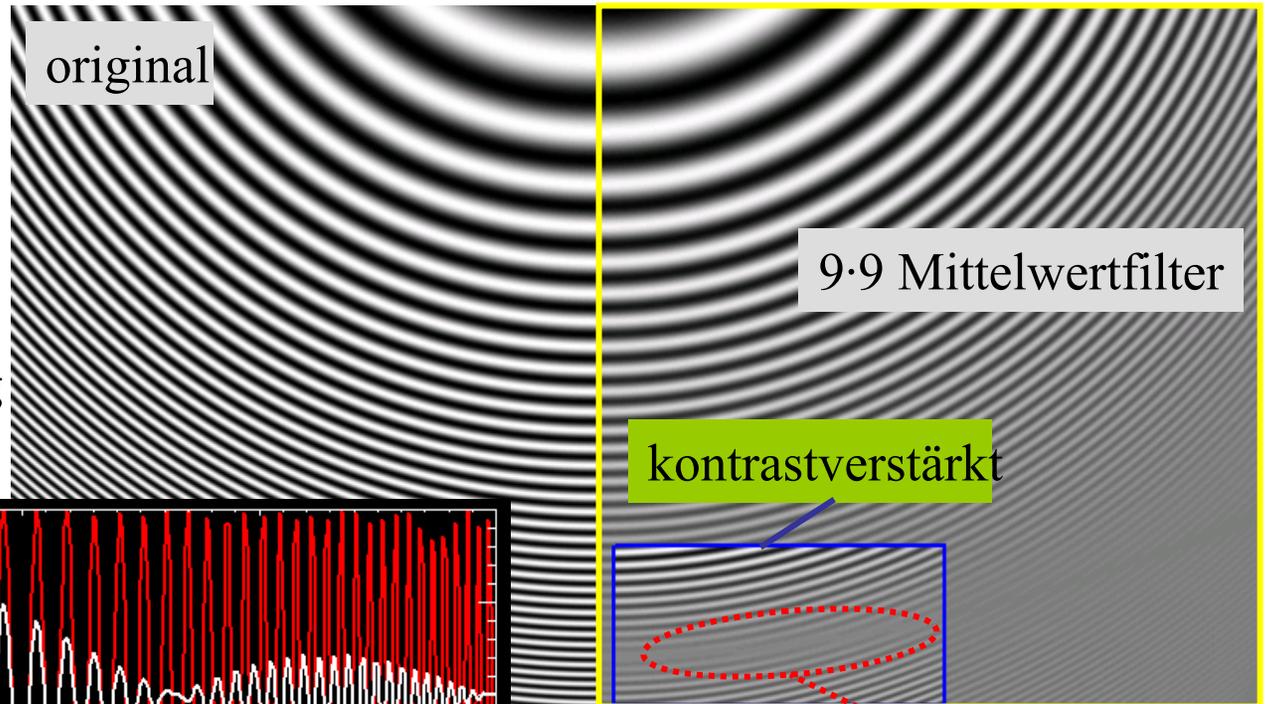
Transferfunktion
(Repräsentation im
Frequenzraum).



Auswirkungen

Bildzeile

rot: vor der Filterung
weiß: nach Filterung

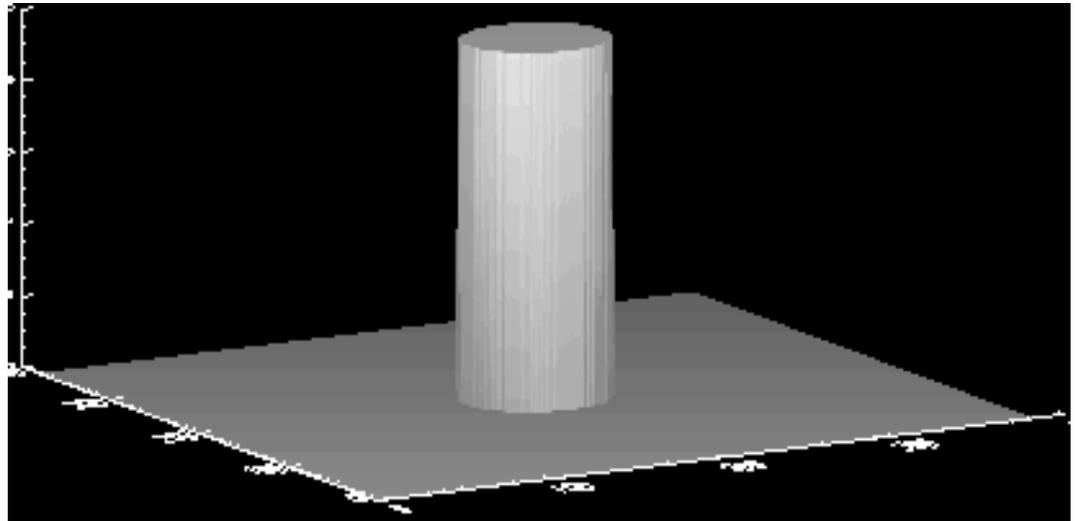


Frequenzraumfilterung

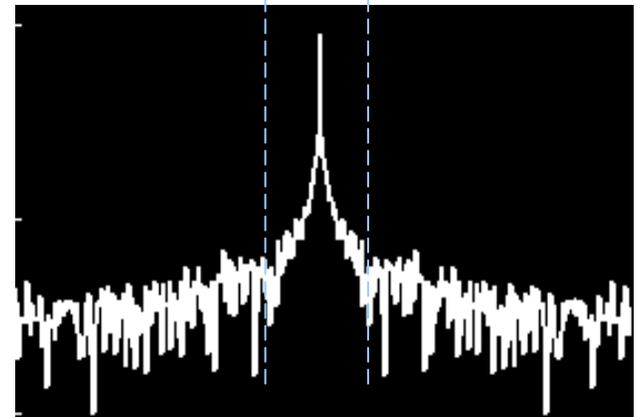
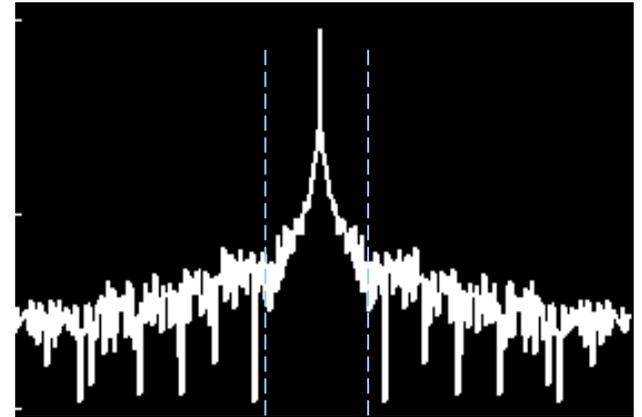
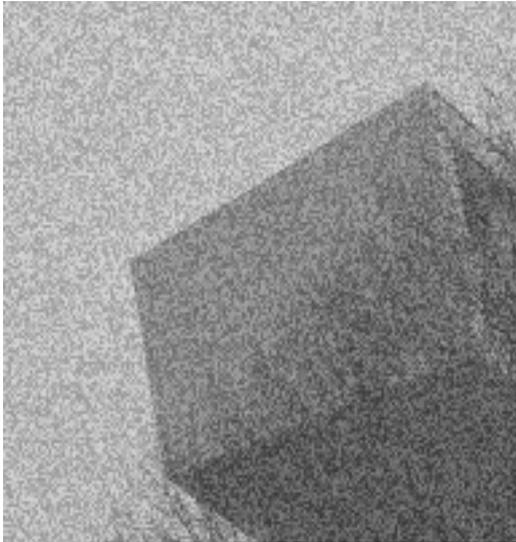
- Filter im Frequenzraum so entwickeln, dass die Artefakte nicht auftauchen können.
- Ideales Tiefpassfilter

$$H_{F_{\max}}(u, v) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } u^2 + v^2 \leq F_{\max}^2 \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$$

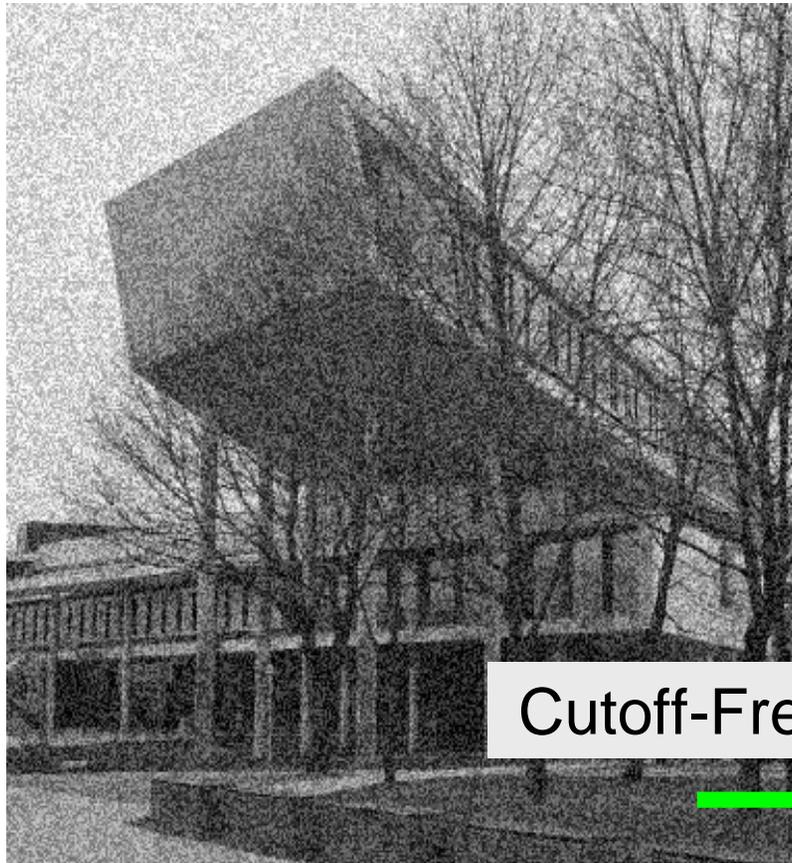
F_{\max} – Cut-Off-Frequenz



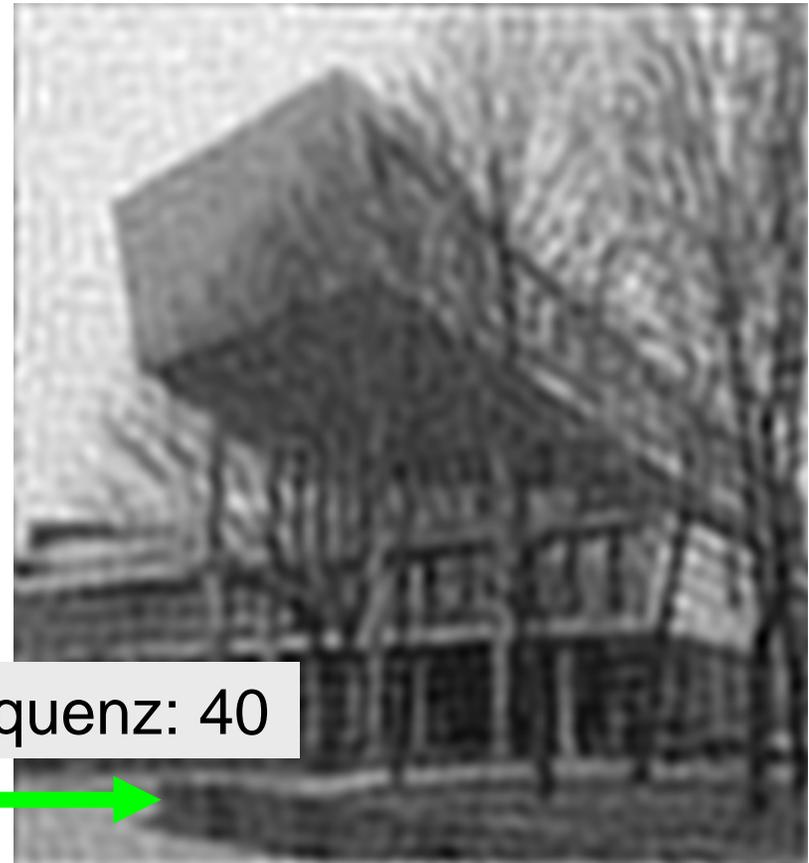
Beispiel



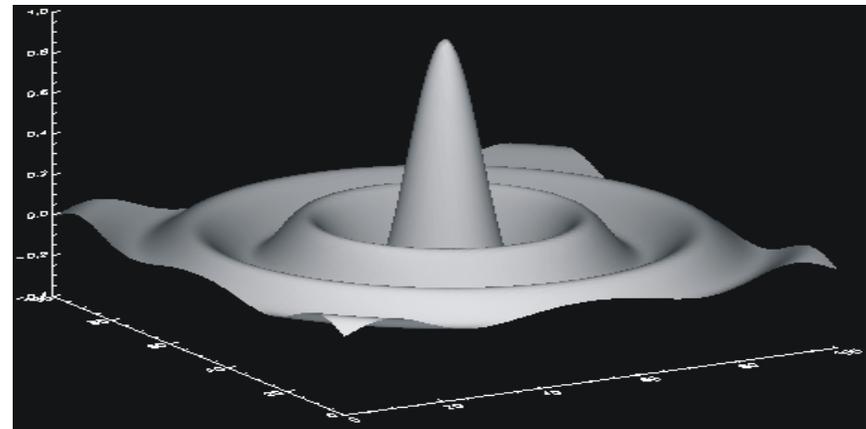
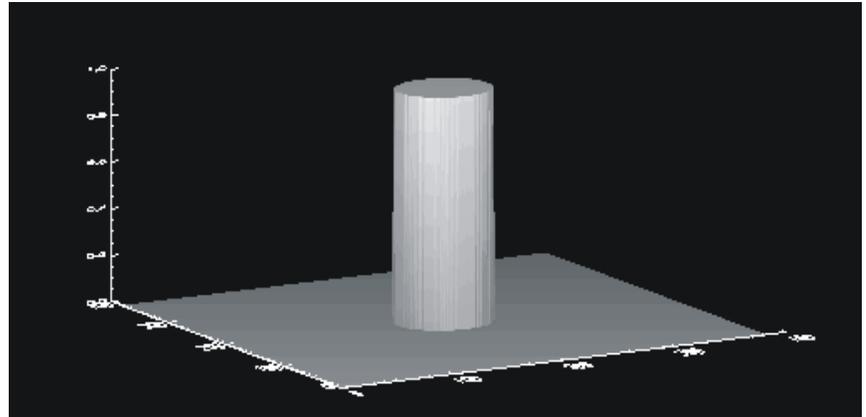
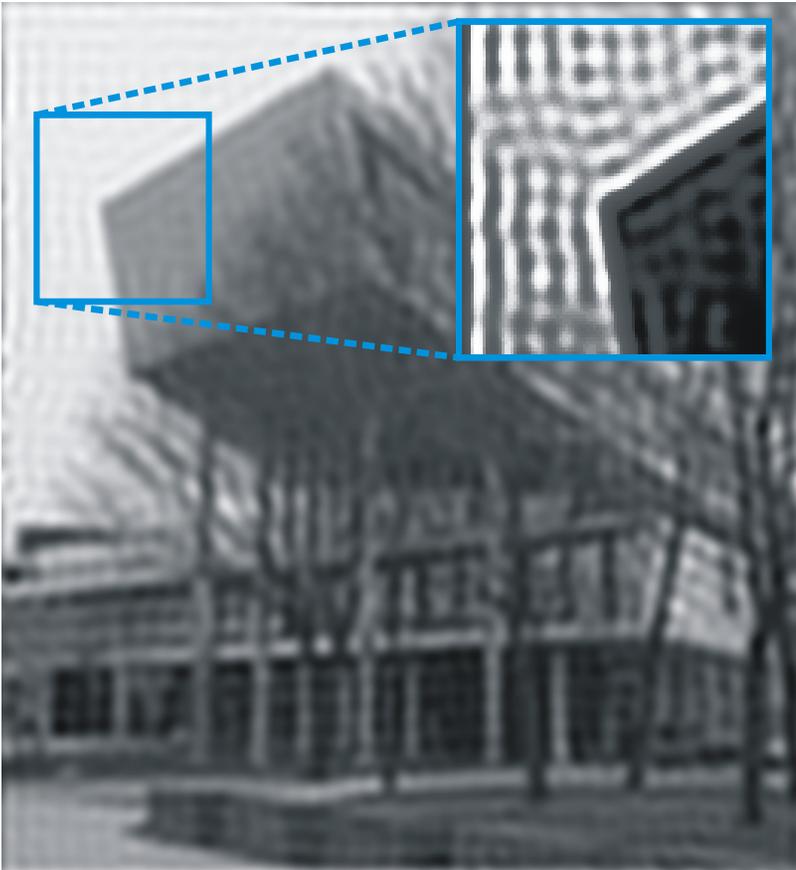
Tiefpassfilter zur Rauschunterdrückung



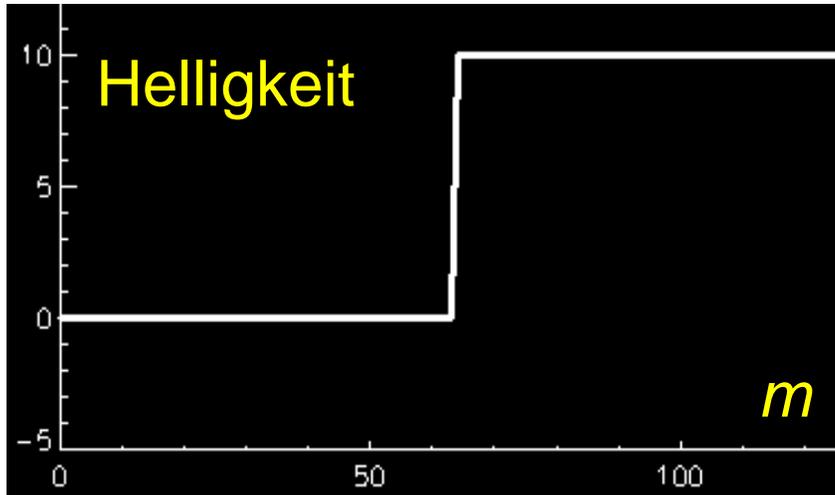
Cutoff-Frequenz: 40



Ringing-Artefakt

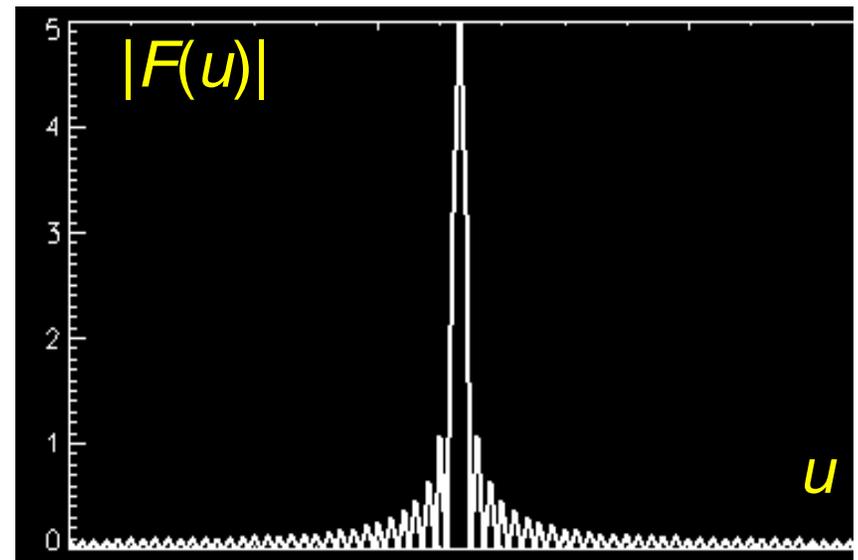


Ringling-Artefakt



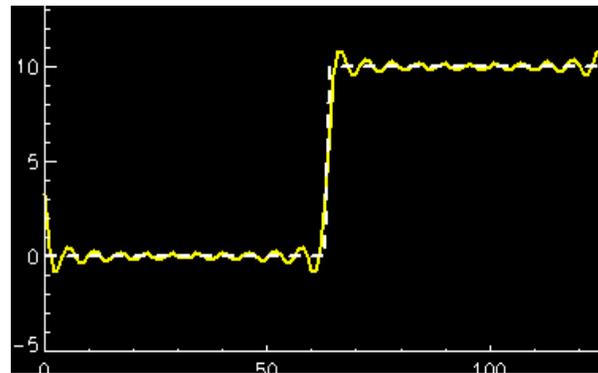
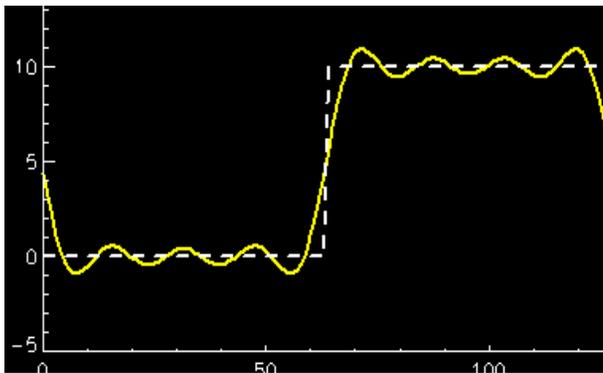
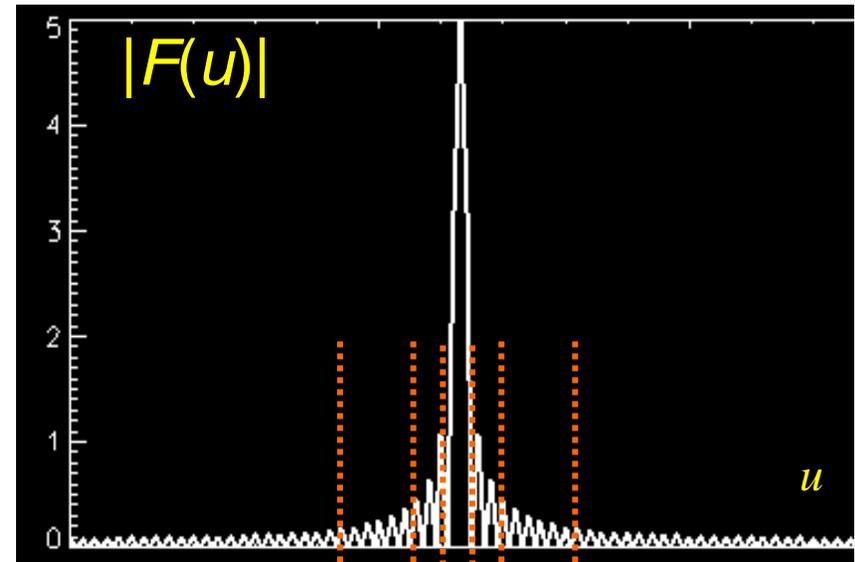
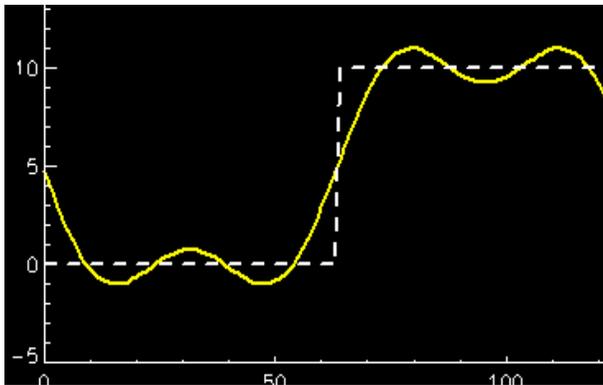
Bildzeile

Das Ringing-Artefakt entsteht, weil scharfe Kanten durch Wellen **aller** Frequenzen beschrieben werden.



Fourier-transformierte Zeile

Filterung



Fourier-
transformierte
Zeile

Butterworth-Filter

Frequenzen werden nicht gelöscht,
sondern nur abgeschwächt.

Tiefpass-Filter:

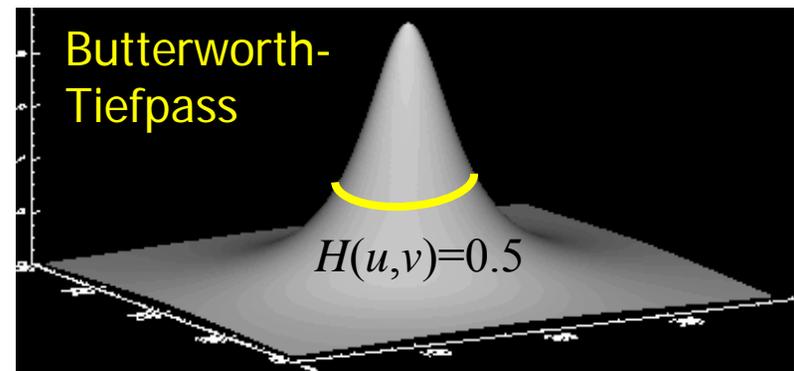
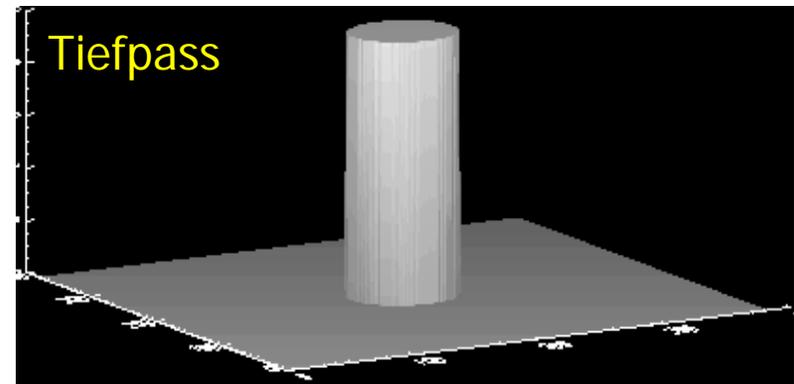
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}}$$

Hochpass-Filter:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D_0 / D(u, v))^{2n}}$$

D_0 : Cutoff-Frequenz,

$D(u, v)$: Frequenz, d.h. Abstand
vom Ursprung



Butterworth vs. Einfacher Tiefpass

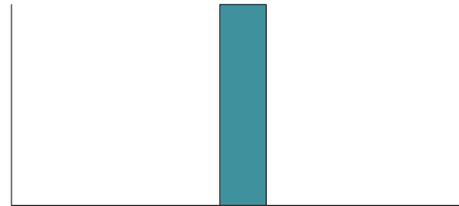


Binomialfilter

Eindimensionaler Binomialfilter $B^p = [1 \ 1] * [1 \ 1] * \dots * [1 \ 1]$ (p -mal):

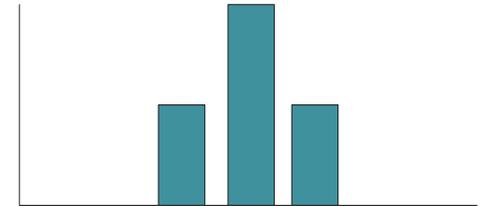
$$B^0 = 1^{-1} \cdot$$

$$[1]$$



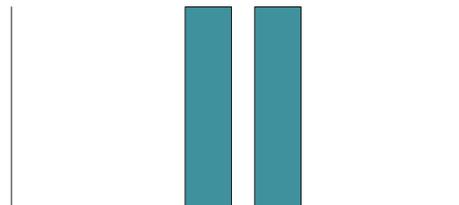
$$B^1 = 2^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 1]$$



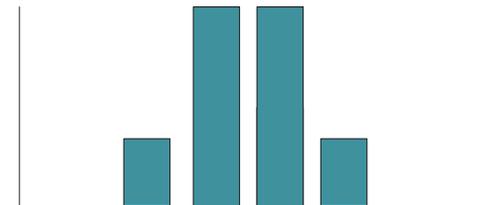
$$B^2 = 4^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 2 \ 1]$$



$$B^3 = 8^{-1} \cdot$$

$$[1 \ 3 \ 3 \ 1]$$



$$B^4 = 16^{-1} \cdot$$

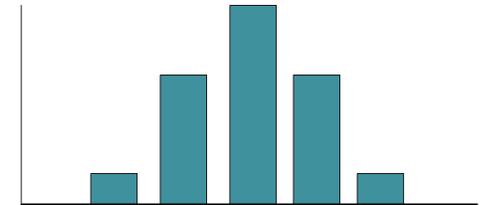
$$[1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

...

Zweidimensionaler Binomialfilter $\mathbf{B}^p = B^p * (B^p)^T$:

$$\mathbf{B}^2 = 4^{-1} \cdot [1 \ 2 \ 1]^T \cdot 4^{-1} \cdot [1 \ 2 \ 1] = 16^{-1} \cdot$$

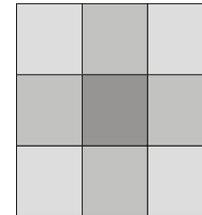
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



Zweidimensionale Binomialfilter

$$\mathbf{B}^2 = 1/16 \cdot [1 \ 2 \ 1]^T \cdot [1 \ 2 \ 1] = 1/16 \cdot$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1



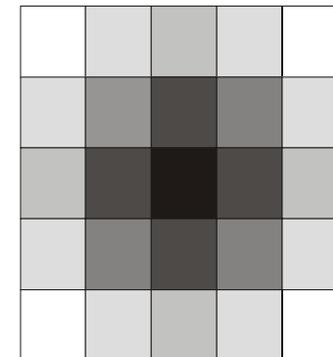
A 3x3 grayscale kernel for the 2D binomial filter B^2. The kernel is symmetric and bell-shaped, with the center pixel being the darkest (darkest gray) and the corner pixels being the lightest (light gray).

$$\mathbf{B}^3 = 1/64 \cdot [1 \ 3 \ 3 \ 1]^T \cdot [1 \ 3 \ 3 \ 1] = 1/64 \cdot$$

1	3	3	1
3	9	9	3
3	9	9	3
1	3	3	1

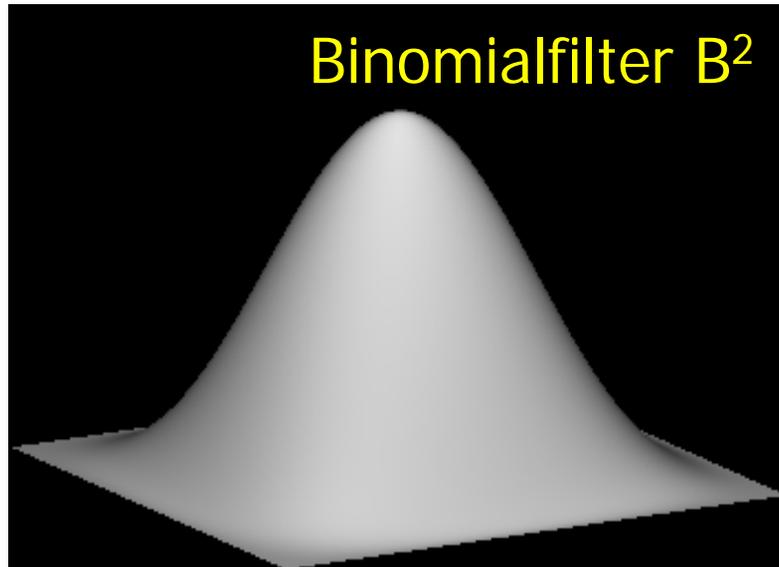
$$\mathbf{B}^4 = 1/256 \cdot$$

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1

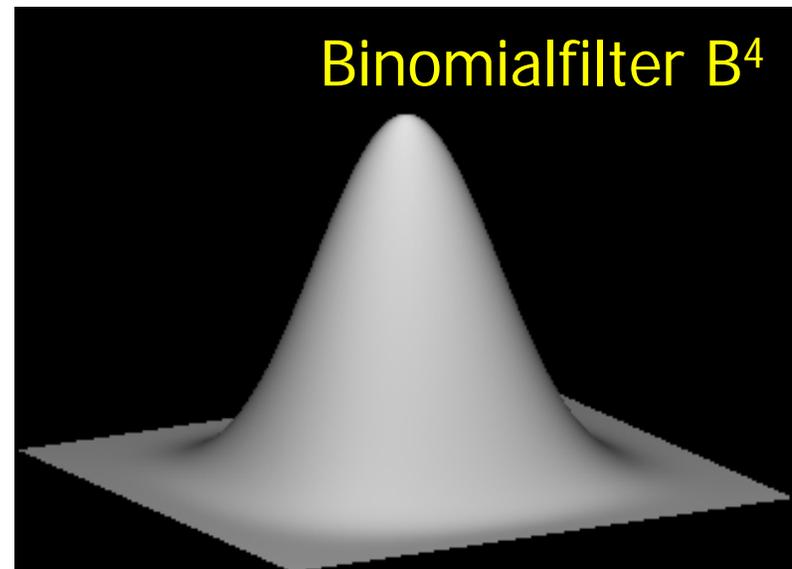


A 5x5 grayscale kernel for the 2D binomial filter B^4. The kernel is symmetric and bell-shaped, with the center pixel being the darkest (black) and the corner pixels being the lightest (white).

Transferfunktion des Binomialfilters



Weniger Artefakte an Kanten sind zu erwarten.



Filterresultate des Binomialfilters

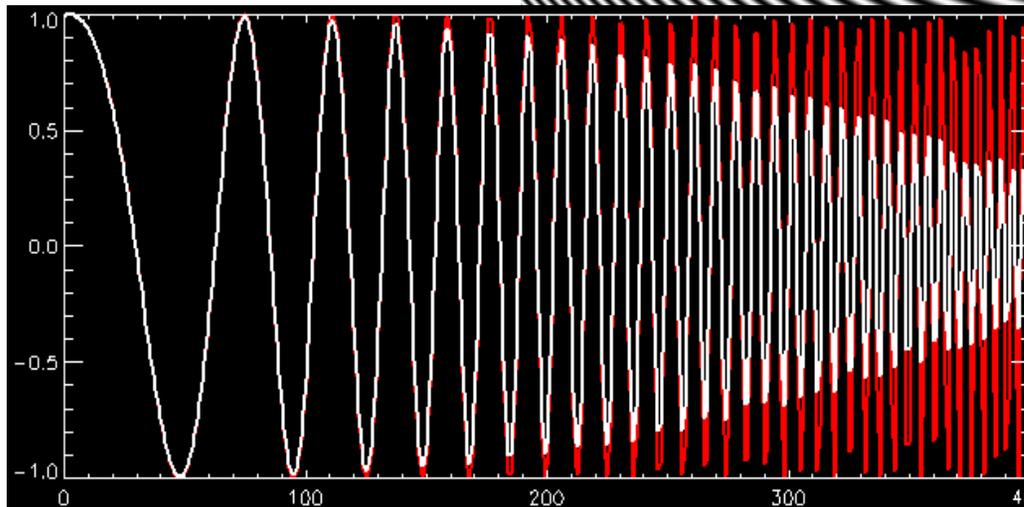
original

Filter B^{16}

Bildzeile

rot: vor der Filterung

weiß: nach Filterung

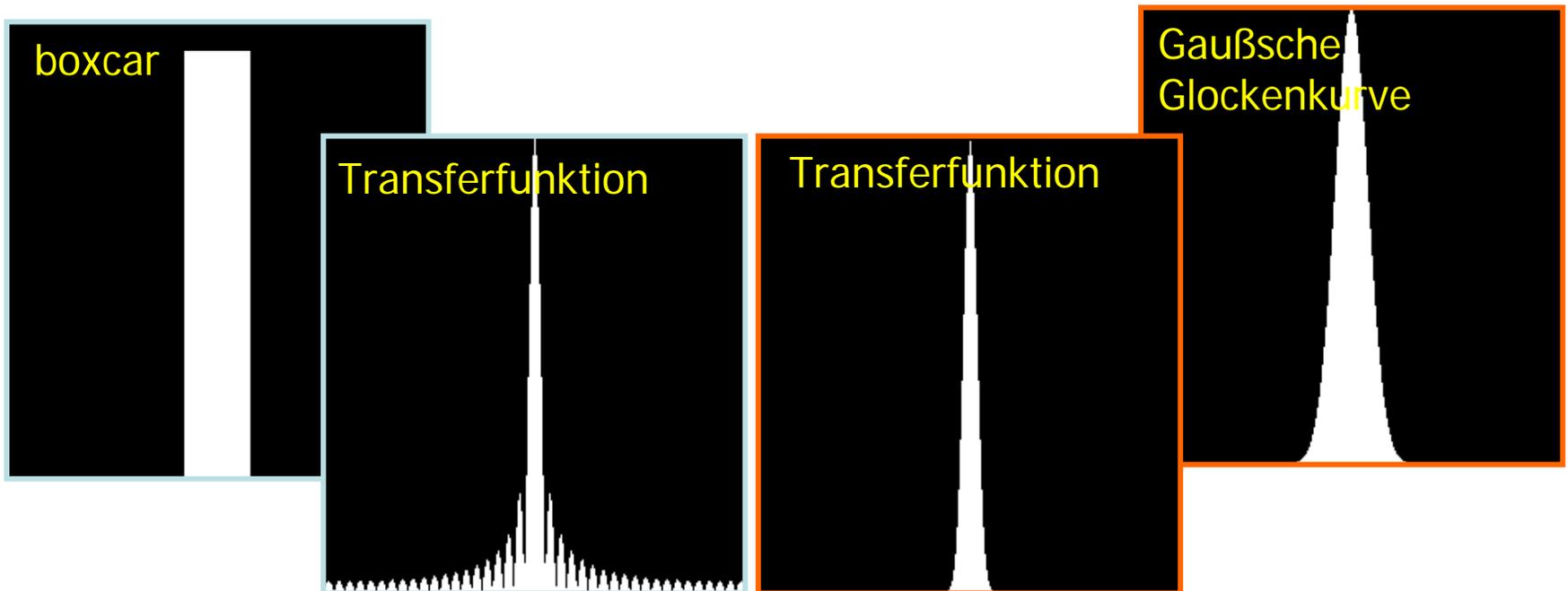


Butterworth-Filter / Binomialfilter

- Ideales Tiefpassfilter: kompakter Träger im Frequenzraum, aber artefakt-verursachende Ortsraumrepräsentation
 - ▶ Butterworth-Filter: kontrolliert monoton fallende Funktion im Frequenzraum, deren Ortsraumrepräsentation ebenfalls monoton fällt.
- Mittelwertfilter: kompakter Träger im Ortsraum, aber artefakt-verursachende Frequenzraumrepräsentation
 - ▶ Binomial-Filter: monoton fallende Funktion mit kompaktem Träger im Ortsraum, deren Frequenzraumrepräsentation monoton fällt.

Binomialfilter und Gaußfunktion

- Für immer größere Filterkerne nähert sich das Binomialfilter der **Gaußschen Glockenkurve** an.
- Der Betrag der **Transferfunktion** einer solchen Funktion ist wieder eine **Gaußsche Glockenkurve**.



$$\text{gauss}(x,y) = [\sigma \cdot \sqrt{2\pi}]^{-1} \cdot \exp\left[-(x^2+y^2)/(2\sigma^2)\right]$$

Filterung mit 2D Gaußfilter

Die Gaußfunktion ist separabel, so dass die Filterung durch zwei 1D Konvolutionen erfolgen kann.



Grenzen



Sogenanntes
Impulsrauschen
(Salt & Pepper
Noise) kann nicht
entfernt werden.

Was sollten Sie heute gelernt haben?

- Rauschunterdrückung durch Schätzung des Erwartungswerts der Bildfunktion
- Schätzung des Erwartungswerts = zeitliche oder räumliche Integration
- Filter im Orts- und Frequenzraum
- Artefakte bei Orts-/Frequenzraumfiltern

Rembrandt: Die Nachtwache, 1642



Edward Hopper: Nighthawks, 1942



Literatur

- Klaus D. Tönnies: "Grundlagen der Bildverarbeitung", ISBN 3-8273-7155-4
- <http://www.pearson-studium.de/main/main.asp?page=booksites/selectchapter&isbn=3827371554&PSZielgruppe=Student>