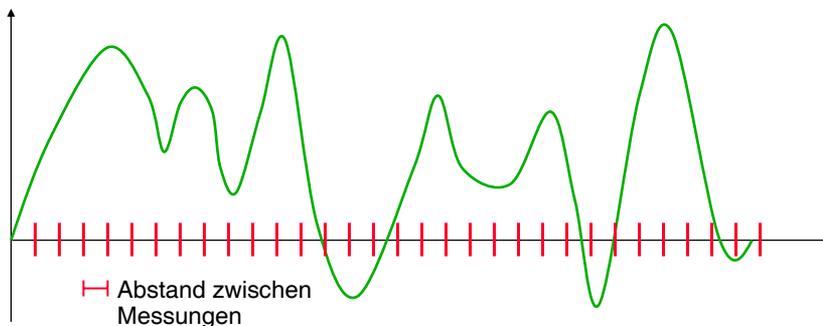


2. Digitale Codierung und Übertragung

- 2.1 Informationstheoretische Grundlagen
- 2.2 Speicherbedarf und Kompression
- 2.3 Digitalisierung

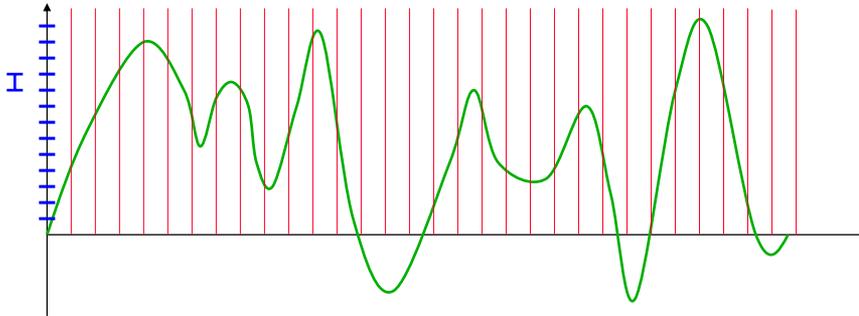


Diskretisierung



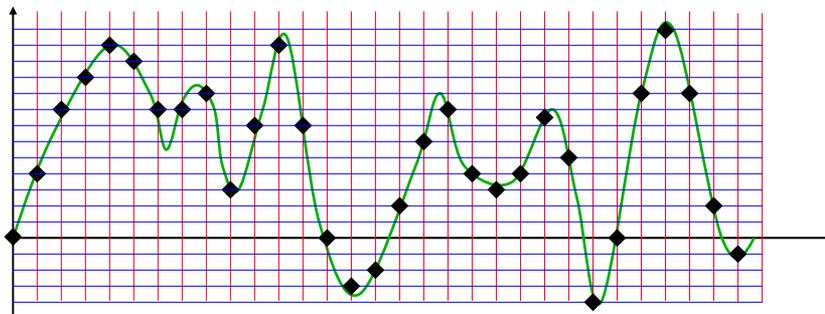
- Bei der *Diskretisierung* wird ein festes Raster von Messpunkten gleichen Abstands auf der Achse festgelegt, über die sich das Signal verändert (z.B. Zeitachse, räumliche Dimension)
- Zu jedem Messpunkt wird der aktuelle Wert des Signals (*Sample*) bestimmt (*Sampling*).

Quantisierung



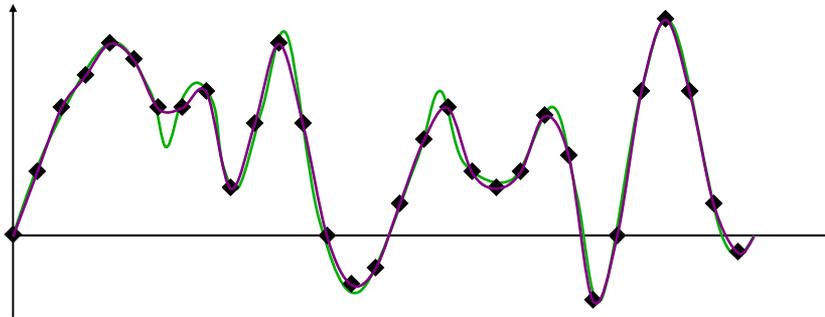
- Die *Quantisierung* besteht in der Darstellung der Messwerte in einem festen ganzzahligen Wertegeraster (letztlich dargestellt durch Binärzahlen).
- Jeder Messwert (jedes Sample) wird als Wert im Raster abgebildet, entweder direkt durch Messgeräte oder durch Berechnung (z.B. Runden) aus analogen Messungen.

Digitalisierung = Diskretisierung+Quantisierung



- Durch zu grobe Raster bei Diskretisierung und Quantisierung entstehen *Digitalisierungsfehler*.

Digitalisierungsfehler



- Fehlerursachen:
 - Zu grobe Quantisierung: Linearer Zusammenhang Fehler/Ursache
 - Zu grobe Diskretisierung: Zusammenhang schwerer zu verstehen; führt zu gravierenden Fehlern!

Digitalisierung und Medienarten

- Verschiedene (Repräsentations-)Medien haben verschiedene Arten von x-Achsen für die Signale.
- Auch die Terminologie weicht leicht ab!
- **Audio:**
 - x-Achse = Zeit
 - Genauigkeit der Diskretisierung = "Abtastrate" (*sampling rate*)
 - Genauigkeit der Quantisierung = "Auflösung" (*resolution*)
- **Bild:**
 - Zwei räumliche Achsen (x und y)
 - Genauigkeit der Diskretisierung = "(räumliche) Auflösung" (Dichte der Bildelemente) (Bsp. 300 dots per inch)
 - Genauigkeit der Quantisierung = "Farb- bzw. Grauwertauflösung" (*color resolution*) oder "Farb- bzw. Grauwerttiefe" (z.B. 16 Bit)

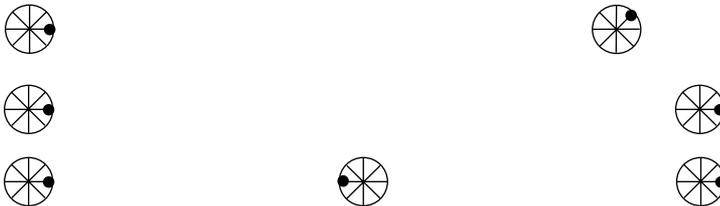
Abtastrate: Einführendes Beispiel

- Warum drehen sich in Kinofilmen die Räder von Zügen oft scheinbar rückwärts?

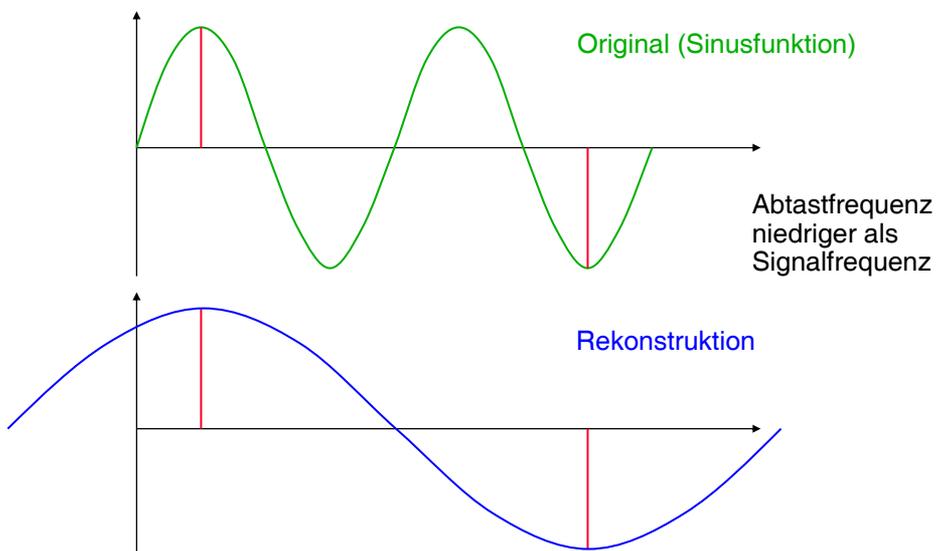
Zugrad (über die Zeit):



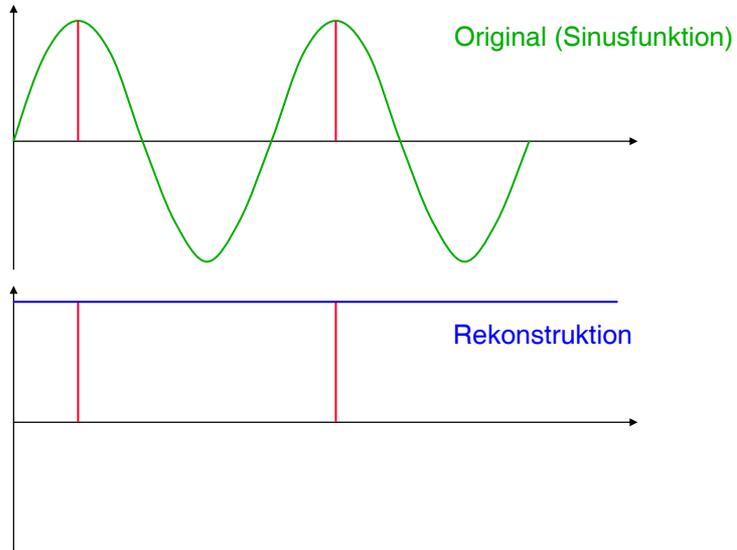
Aufnahmen (über die Zeit):



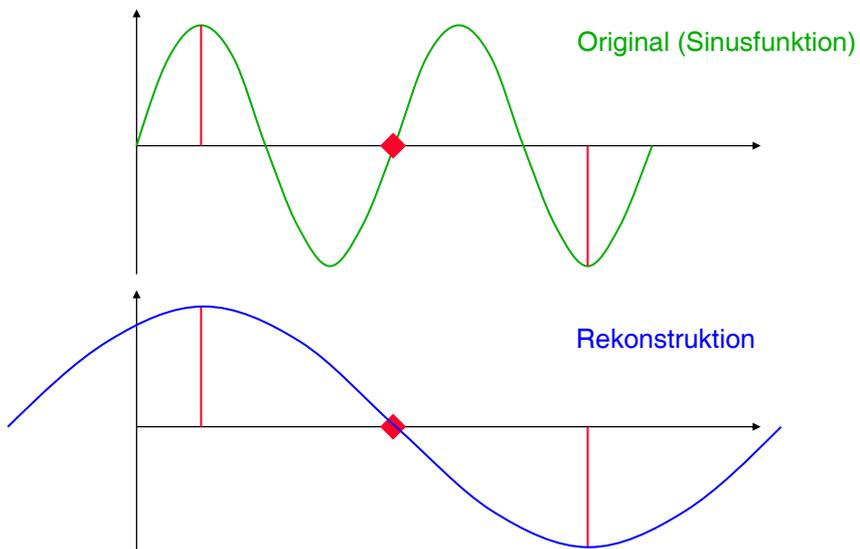
Sehr niedrige Abtastrate



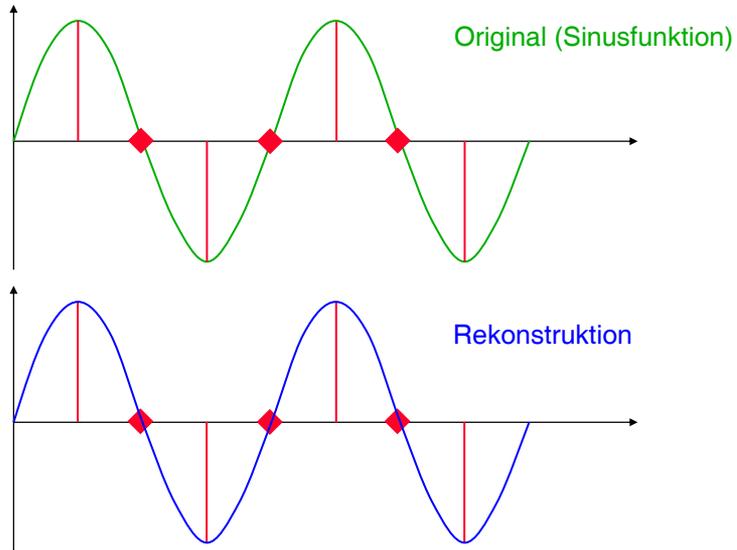
Abtastrate gleich Signalfrequenz



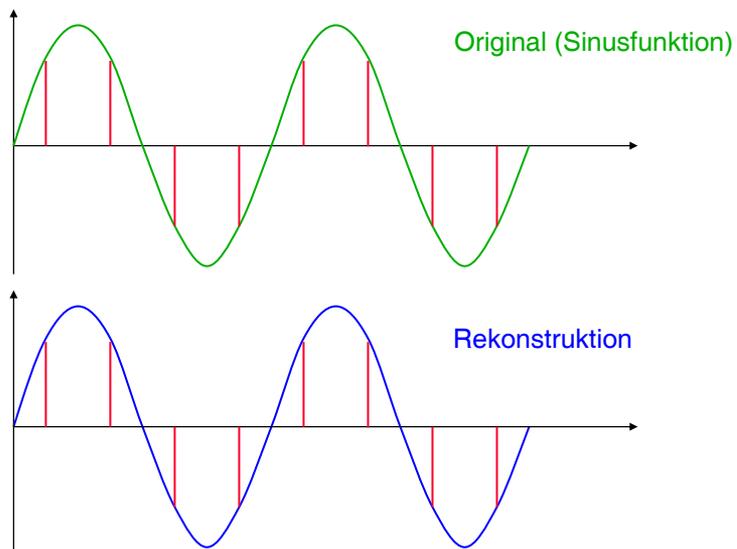
Abtastrate größer als Signalfrequenz



Hohe Abtastrate (1)



Hohe Abtastrate (2)



Frequenzspektrum

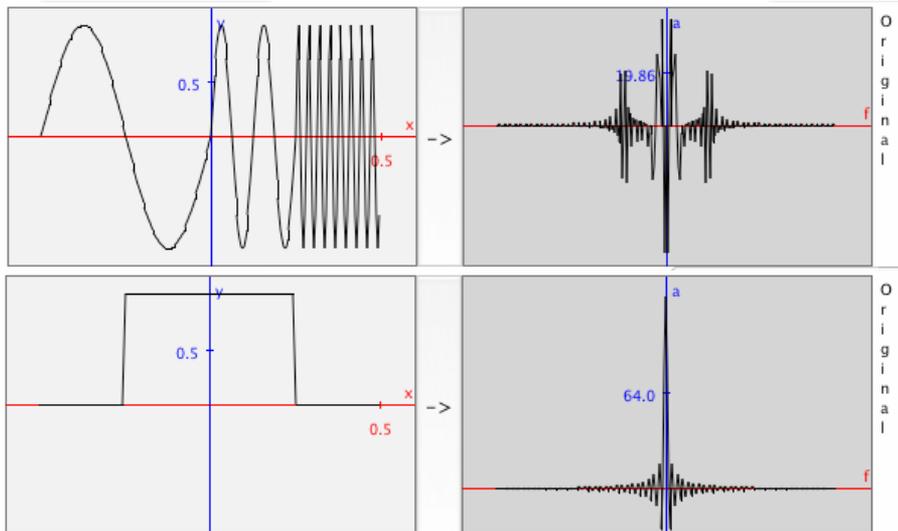
- Jede Funktion kann als Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen verstanden werden.
- Mathematisch (Fourier-Transformation):

$$F(\omega) = \int f(t) \cos(2\pi\omega t) dt + i \int -f(t) \sin(2\pi\omega t) dt$$

$$F(\omega) = \int f(t) e^{-2\pi i \omega t} dt$$

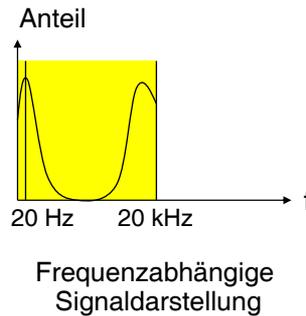
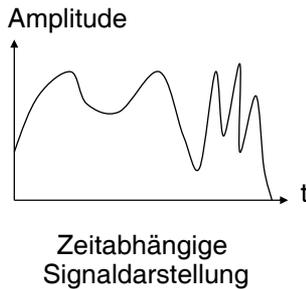
- Praktisch:
 - Jedes Signal setzt sich aus einer Überlagerung verschiedener Frequenzen zusammen.
 - Statt über das Signal zu reden, können wir auch über die Frequenzzusammensetzung des Signals reden (das *Frequenzspektrum*).
 - Eine Funktion im *Frequenzraum* gibt an, welchen Anteil eine bestimmte Frequenz am Signal hat.
- Es gibt eine 1:1-Transformation zwischen Zeit- und Frequenzraum.

Frequenzspektrum: Beispiele



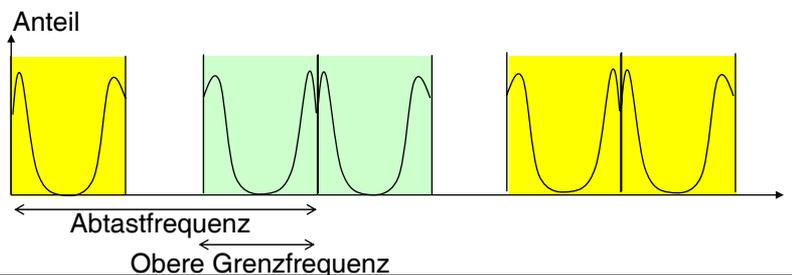
Bandbreitenbegrenzung

- Die meisten Signale haben eine obere und untere *Grenzfrequenz*, d.h. niedrigere oder höhere Frequenzen kommen nicht vor.
- Bsp. Audio-Signale liegen im menschlichen Hörbereich
 - ca. 20 Hz bis 20 kHz

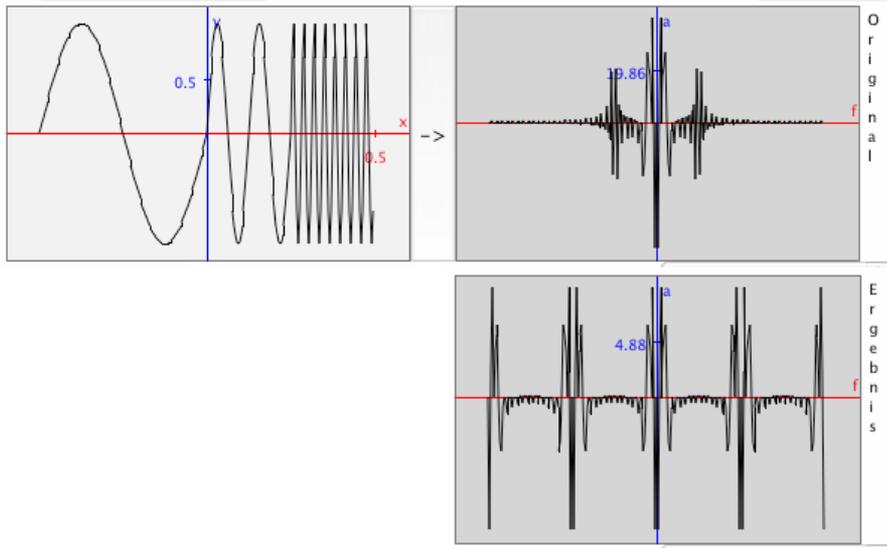


Abtastung im Frequenzraum

- Abtastung ist die punktweise Multiplikation der beobachteten Funktion mit einer Kamm-Funktion
- Multiplikation in der zeitabhängigen Darstellung entspricht einer *Faltung* im Frequenzraum
 - Kamm-Funktionen sind auch im Frequenzraum Kamm-Funktionen
 - Effekt der Abtastung im Frequenzraum:
 - » Originalspektrum wiederholt sich im Abstand der Abtastfrequenz
 - » Originalspektrum wird im Ursprung und den Wiederholungen gespiegelt

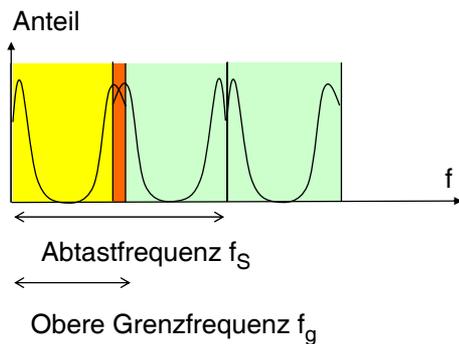


Abtastung: Beispiel



Aliasing

- Wenn sich die wiederholten Frequenzspektren überlappen, kommt es zur Bildung nicht vorhandener (Alias-) Frequenzen im rekonstruierten Signal.



**Aliasing wird vermieden,
wenn $2 \cdot f_g < f_s$**

Abtasttheorem

- Nach Harry Nyquist (1928) oft auch Nyquist-Theorem genannt.
- Wenn eine Funktion
 - mit höchster vorkommender Frequenz f_g (Bandbegrenzung)
 - mit einer Abtastrate f_s abgetastet wird, so dass
$$f_s \geq 2 \cdot f_g ,$$
 - dann kann die Funktion eindeutig aus den Abtastwerten rekonstruiert werden.
- Praktisches Beispiel:
 - CD-Abtastrate 44,1 kHz