

# Computergrafik 2: Morphologische Operationen

Prof. Dr. Michael Rohs, Dipl.-Inform. Sven Kratz

[michael.rohs@ifi.lmu.de](mailto:michael.rohs@ifi.lmu.de)

MHCI Lab, LMU München

Folien teilweise von Andreas Butz, sowie von Klaus D. Tönnies  
(Grundlagen der Bildverarbeitung. Pearson Studium, 2005)

# Morphologische Operationen

- Erosion und Dilatation
- Opening und Closing
- Ränder und Distanzen, Morphing
- Hit-or-Miss-Operator
- Skelettierung

# Morphologische Operationen

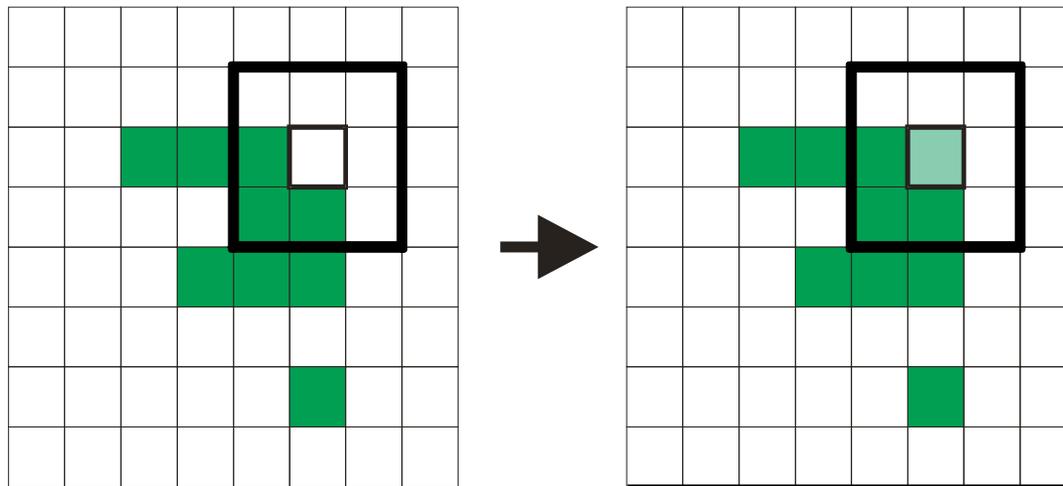
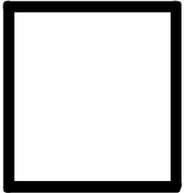
- Morphologisch: die äußere **Gestalt** betreffend
- morphologische Operationen
  - Operationen auf der Gestalt von Objekten
  - → setzt die Extraktion einer Gestalt voraus
  - also: in erster Linie Operation auf Segmenten (d.h., auf Binärbildern)
- Ziel von morphologischen Operationen
  - Veränderung der Gestalt, um Störungen nach einer Segmentierung zu beseitigen
  - Berechnung von Formmerkmalen
  - Suche nach bestimmten Formen (also: Analyse)

# Dilatation

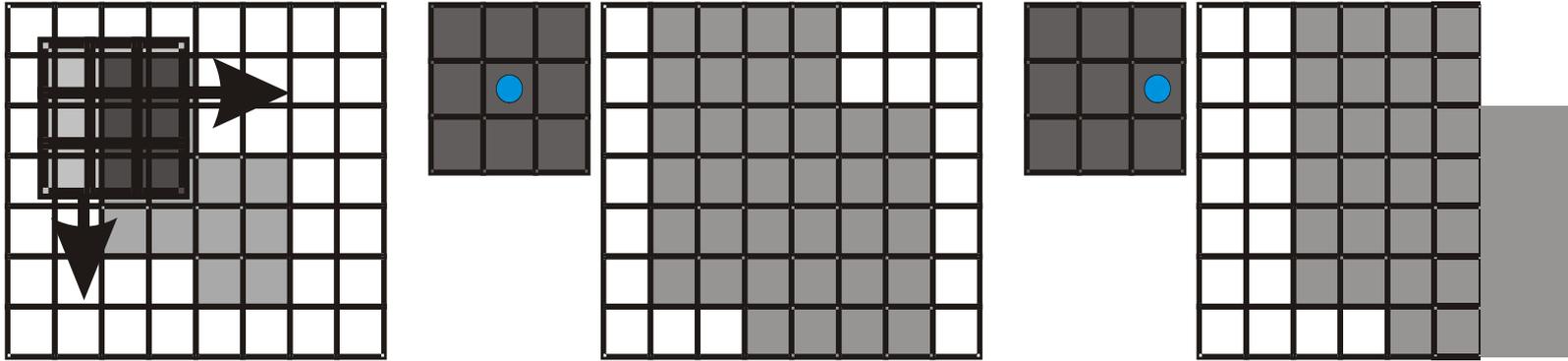
Dilatation (Ausdehnung):  $G \oplus S$  mit Strukturelement  $S$

„oder“

$$g(m, n) = \bigvee_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k)$$



# Dilatation



Dilatation wird (wie jede morphologische Operation) für einen **Ankerpunkt** ausgeführt.

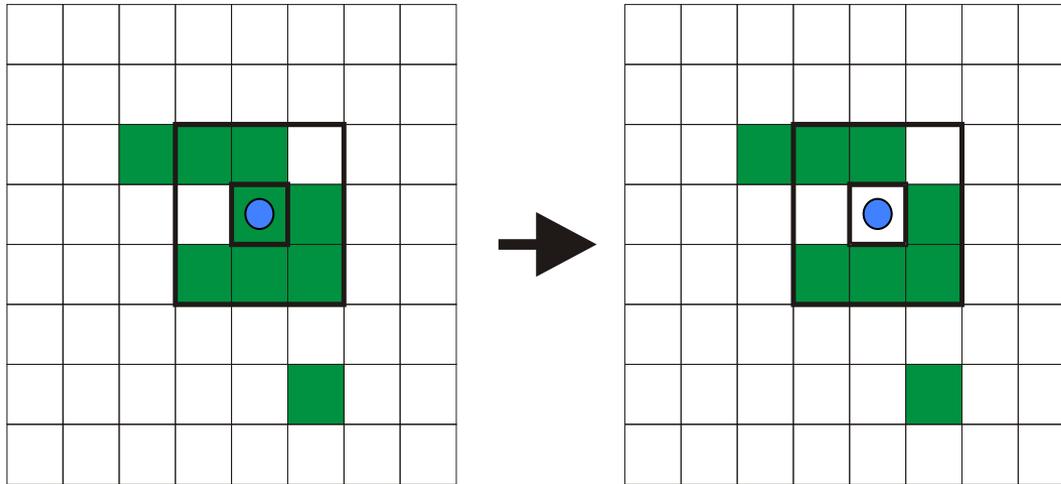
Dilatation:

- verbindet Strukturen
- füllt Löcher
- vergrößert

# Erosion

„und“

$$g(m, n) = \bigwedge_{(m_k, n_k) \in S} b(m + m_k, n + n_k)$$

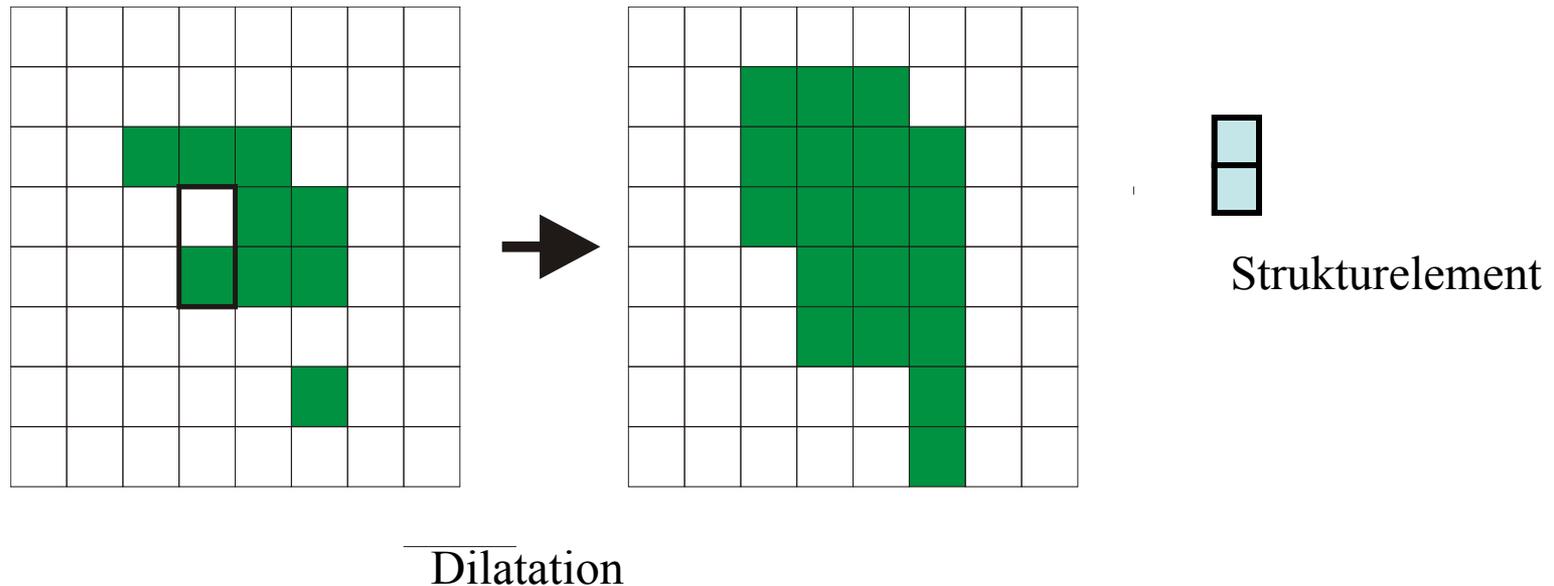


Erosion:  $G \ominus S$  mit  
Strukturelement  $S$

- Erosion:
- löst Strukturen auf
  - entfernt Details
  - verkleinert

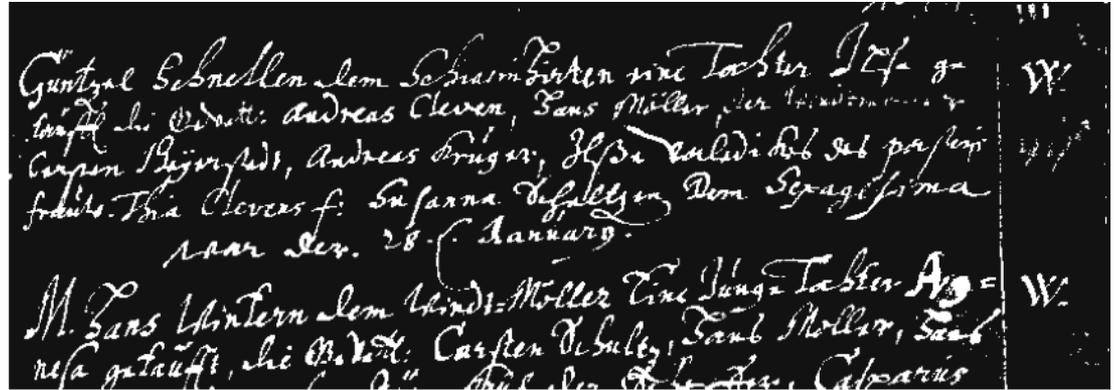
# Strukturelemente

- Ein Strukturelement einer morphologischen Operation entspricht dem Faltungskern bei einer Konvolution.
- Mit einem gezielt geformten Strukturelement können genau definierte Formveränderungen erzeugt werden.

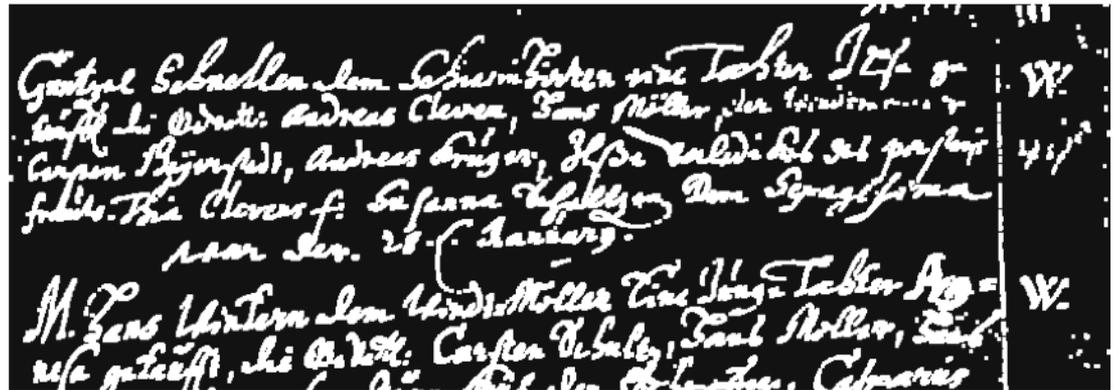


# Beispiel

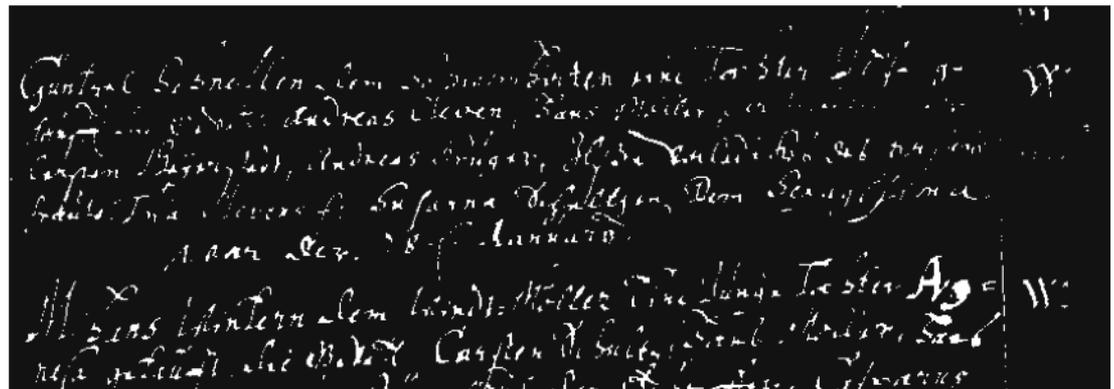
Binärbild



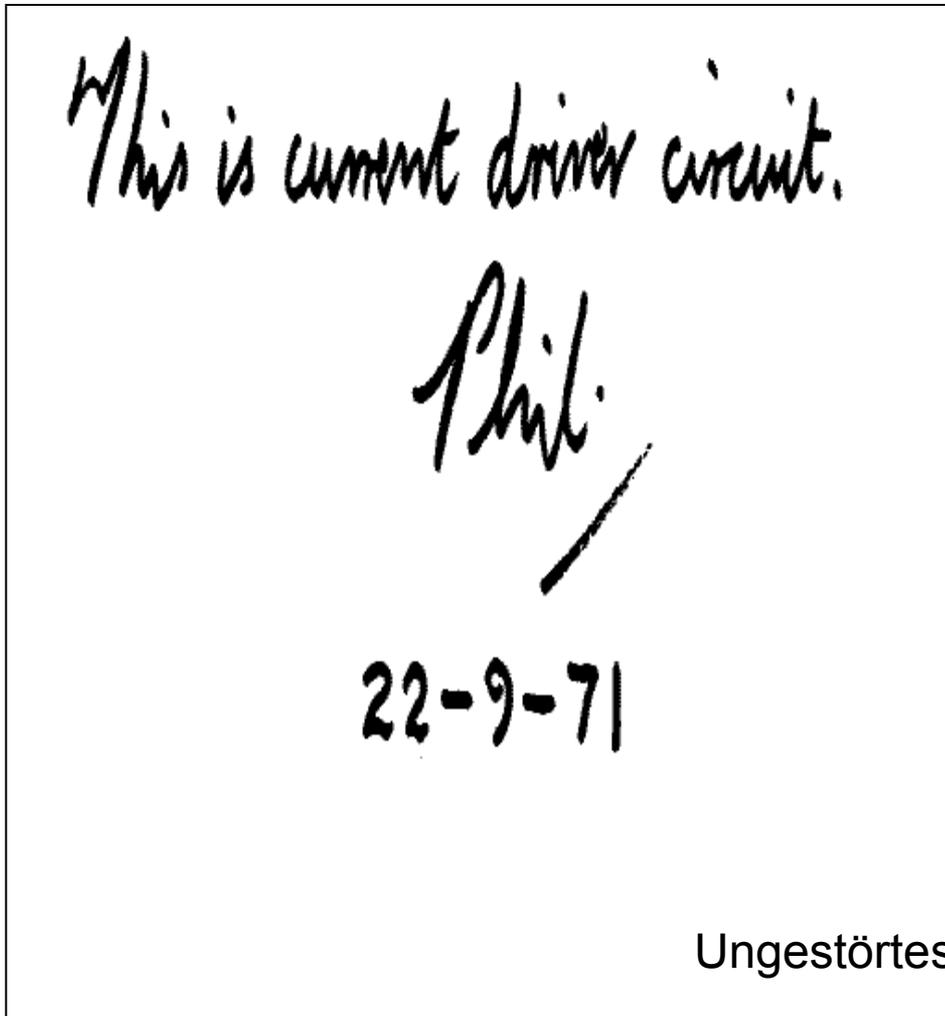
Dilatation



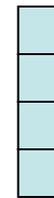
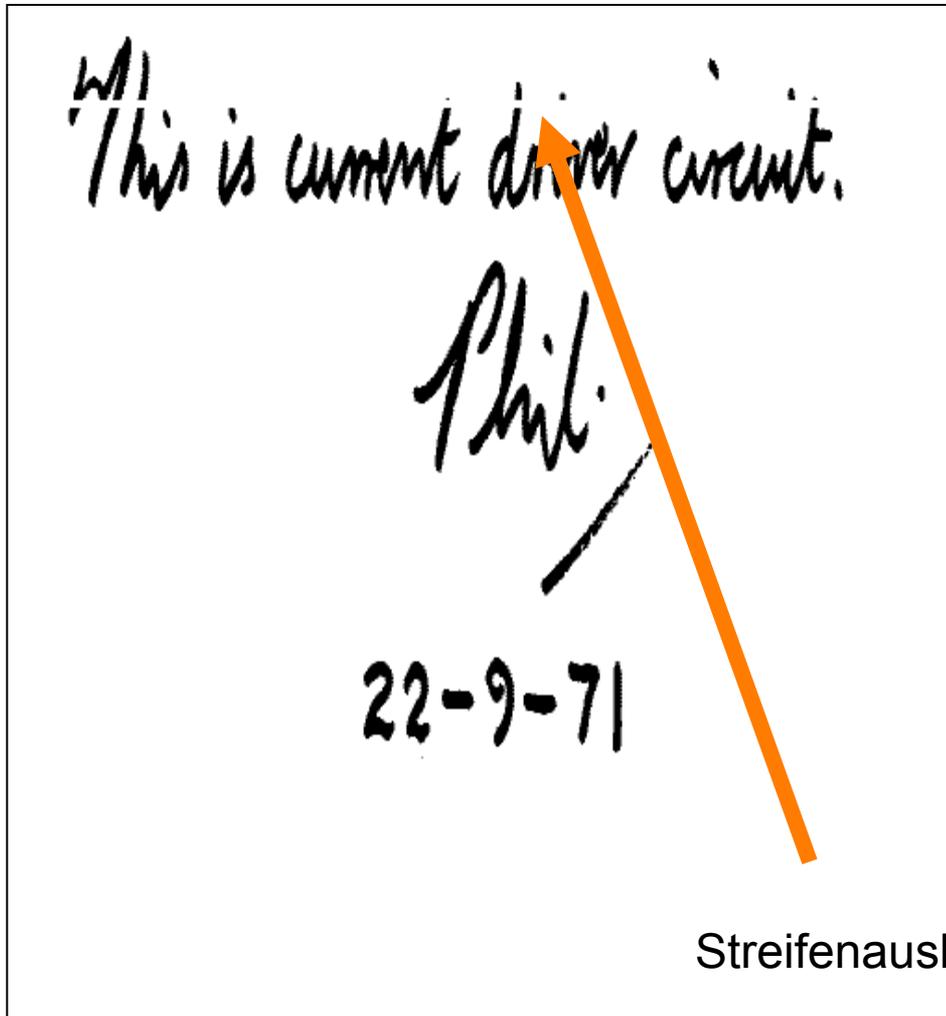
Erosion



# Gezielter Einsatz



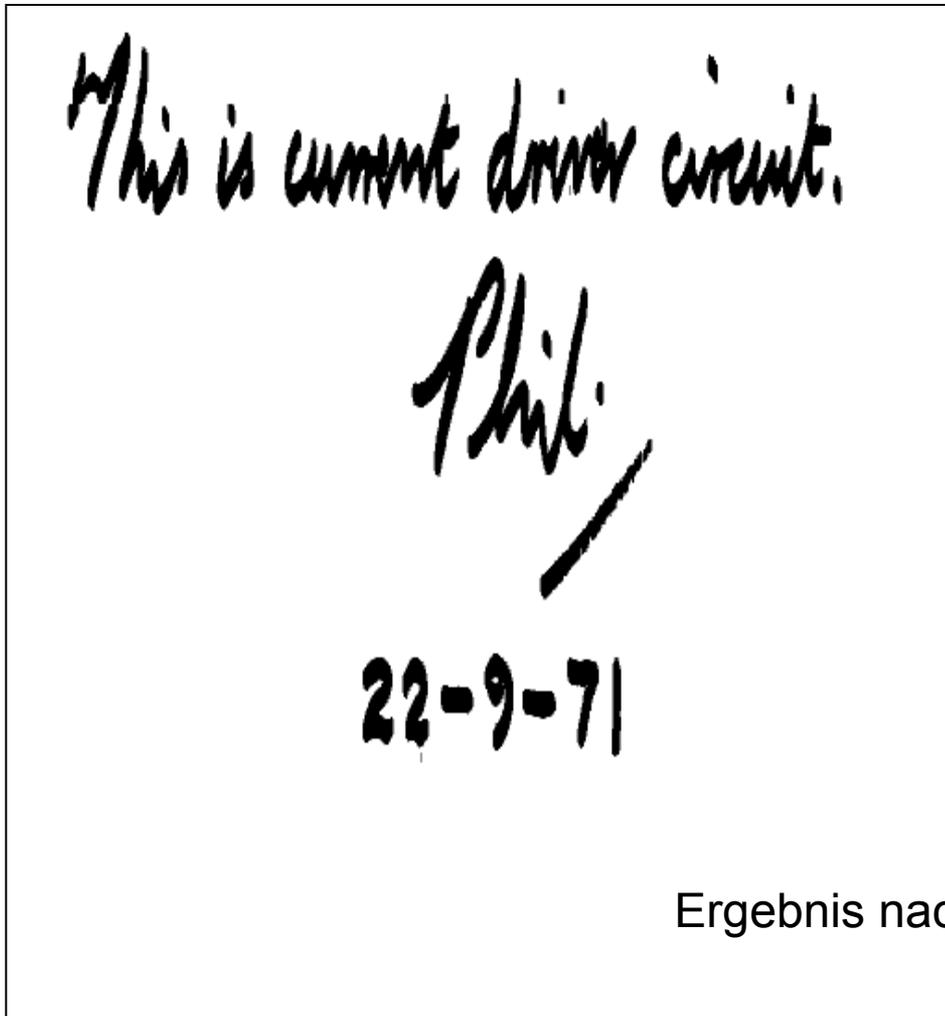
# Gezielter Einsatz



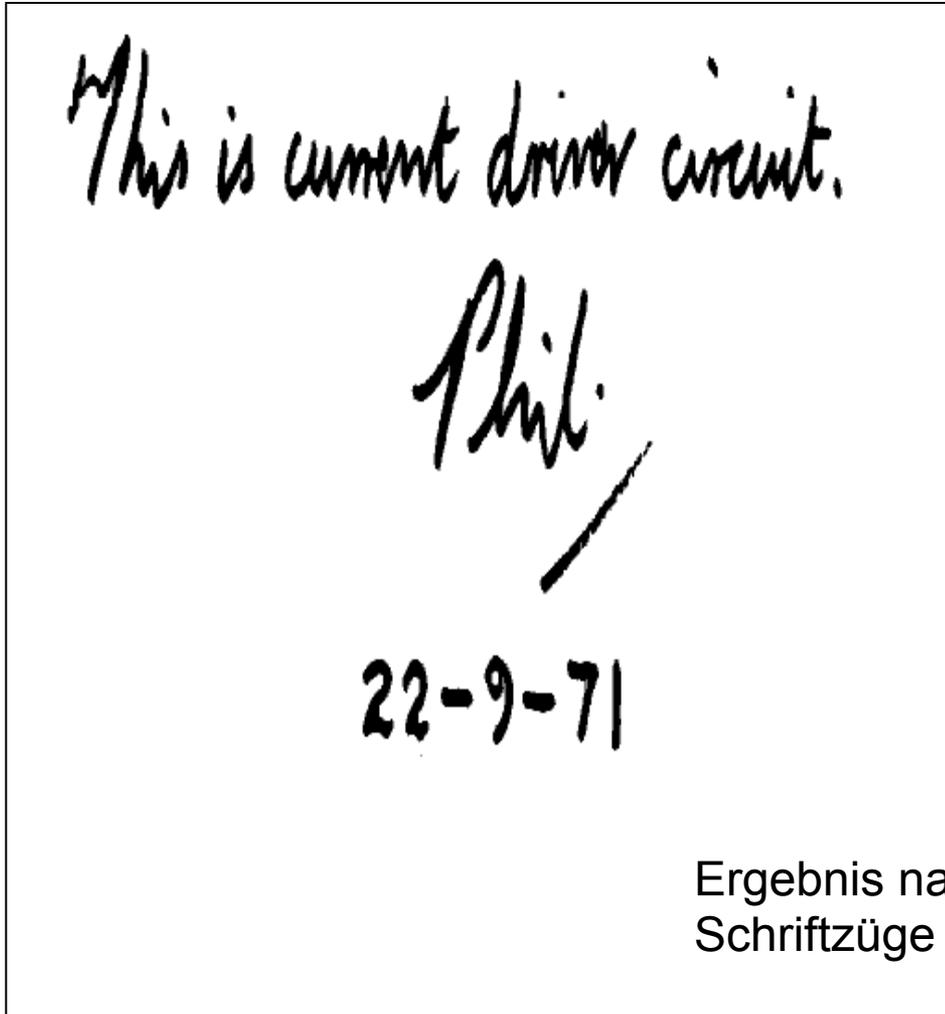
Strukturelement zum  
Schließen des Streifens

Streifenauslöschung

# Gezielter Einsatz



# Gezielter Einsatz



# Einige Eigenschaften morphologischer Operatoren

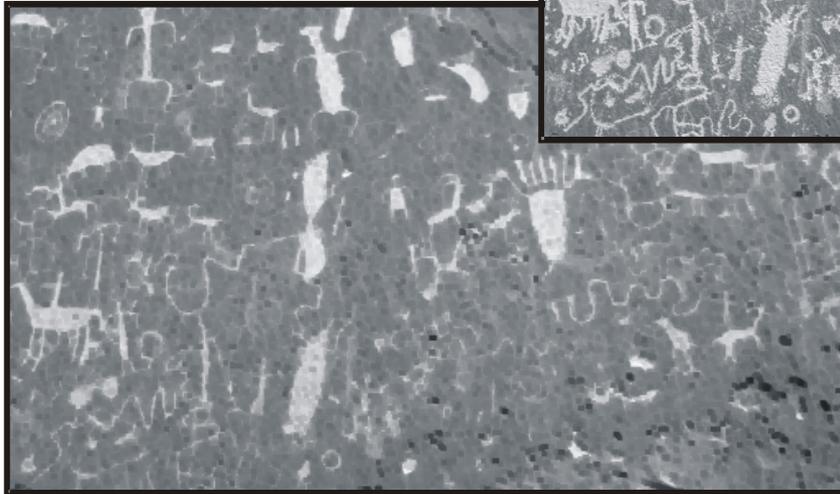
- **Verschiebungsinvarianz:** Wegen der Beschreibung von Erosion/Dilatation als Faltung sind beide Operationen genau wie eine Faltung verschiebungsinvariant.
- **Kommutativität und Assoziativität:**  $M_1 \oplus M_2 = M_2 \oplus M_1$   
**aber**  $M_1 \ominus M_2 \neq M_2 \ominus M_1$   
es gilt jedoch  $(G \ominus M_1) \ominus M_2 = G \ominus (M_1 \ominus M_2) = (G \ominus M_2) \ominus M_1$
- **Dualität:**  $\overline{G \ominus M} = \overline{G \oplus \overline{M}}$  und  $\overline{G \oplus M} = \overline{G \ominus \overline{M}}$

# Morphologische Operationen auf Grauwertbildern

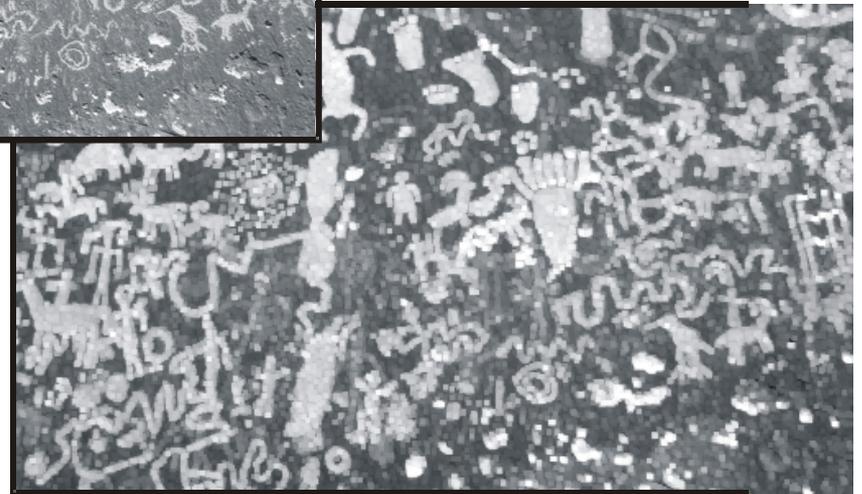
$$g(m, n) = \max_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$

$$g(m, n) = \min_{(m_k, n_k) \in S} (b(m + m_k, n + n_k))$$

Erosion



Dilatation



# Opening und Closing

**Opening** (Öffnen): Kombination von Erosion gefolgt von einer Dilatation mit dem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement  $S'$

$$G \circ S = (G \ominus S) \oplus S'$$

- Ziel:
- |            |   |
|------------|---|
| Erosion    | - Entfernung aller (Teil-)strukturen, die kleiner als das Strukturelement sind                                  |
| Dilatation | - Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts mit Ausnahme der vollständig entfernten Teilstrukturen |

**Closing** (Schließen): Kombination von Dilatation gefolgt von einer Erosion mit einem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement  $S'$

$$G \bullet S = (G \oplus S) \ominus S'$$

- Ziel:
- |            |   |
|------------|---|
| Dilatation | - Schließen von kleinen Löchern (kleiner als das Strukturelement) |
| Erosion    | - Wiederherstellung der ursprünglichen Größe des Objekts          |

# Beispiele für Opening und Closing



Original

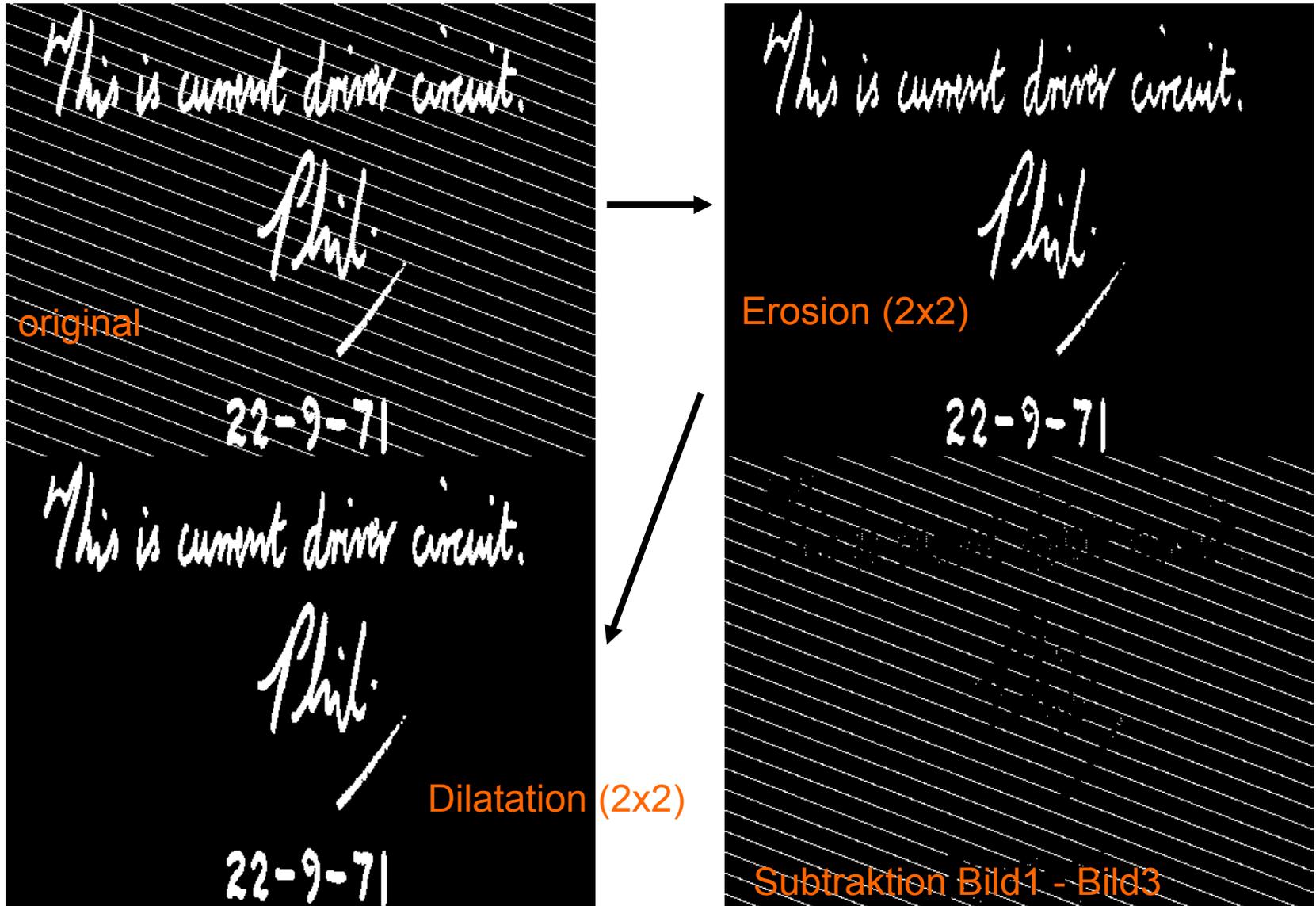


Opening



Closing

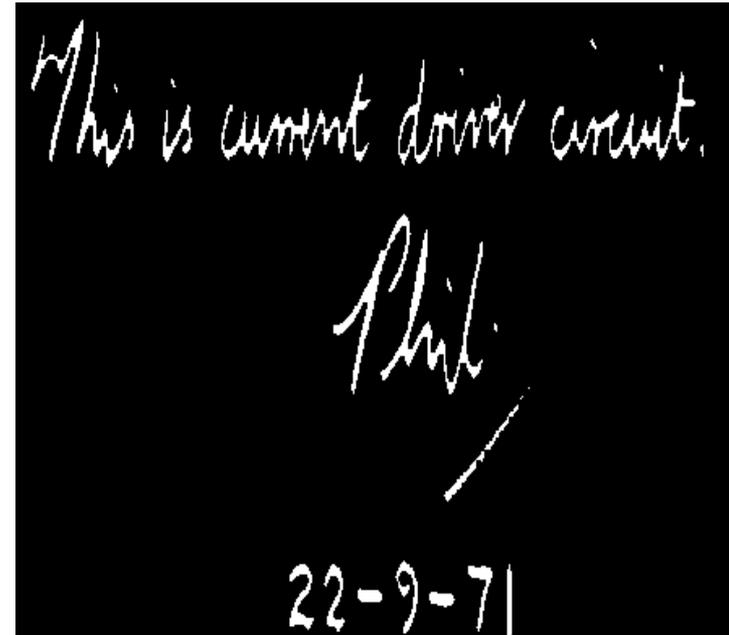
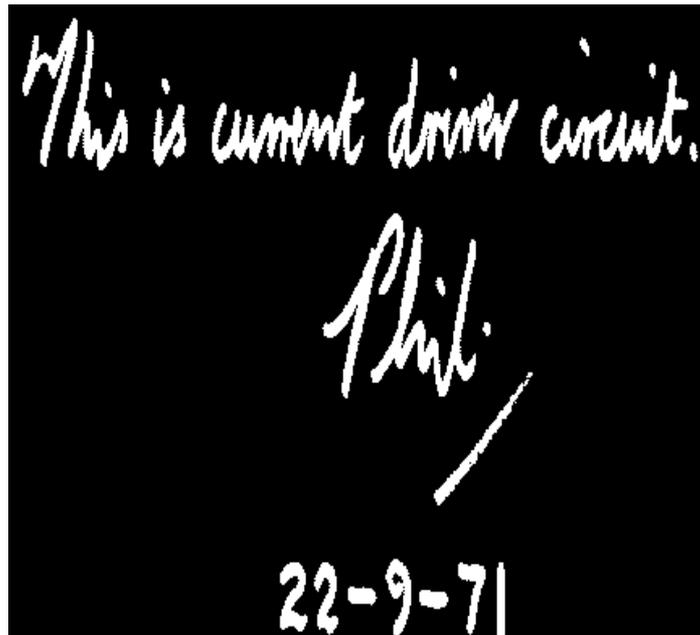
# Entfernung von Linien



# Extraktion von Rändern

$S_{b4} = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$        $S_{b8} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$       Erosion mit  $S_{b4}$  bzw.  $S_{b8}$  entfernt alle Objekt-pixel, in deren 4- bzw. 8-Nachbarschaft sich Hintergrundpixel befinden.

Der Rand kann nun durch Differenzbildung zwischen Ursprungsbild und erodiertem Bild erzeugt werden:  $\partial G = G \setminus (G \ominus S_b)$

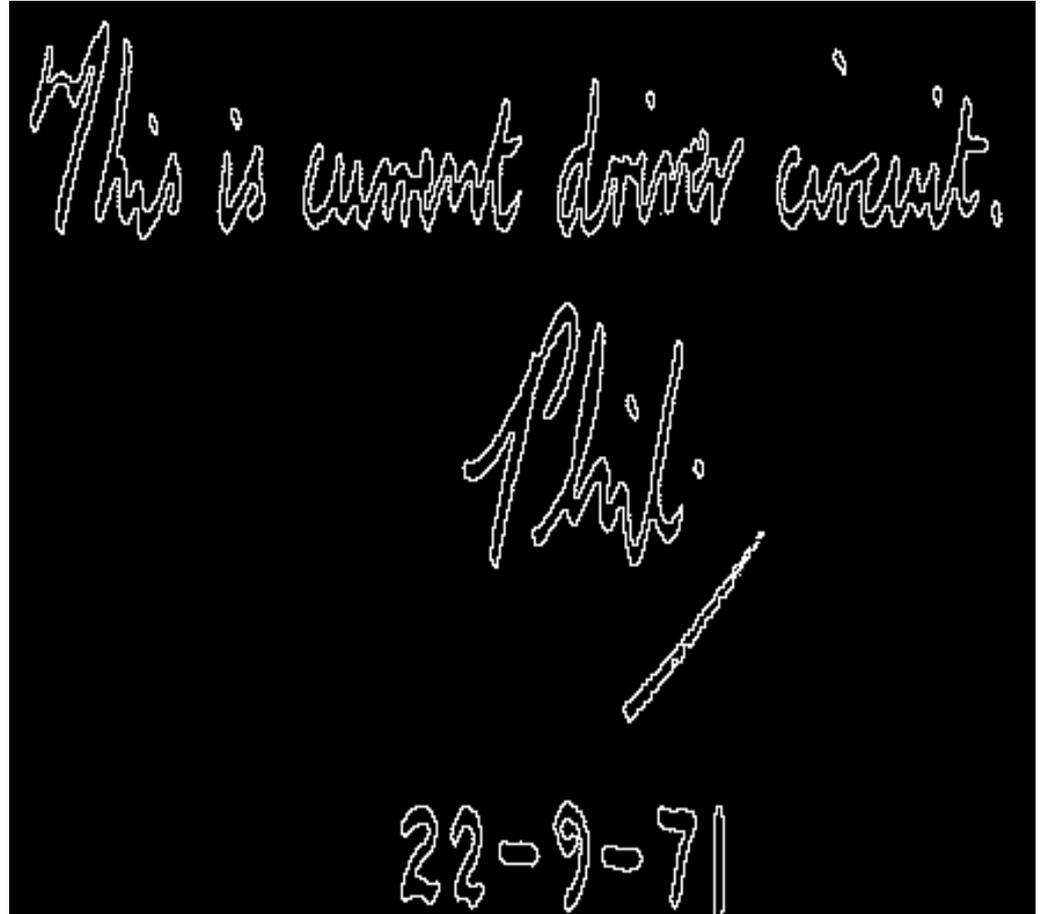


# Extraktion von Rändern

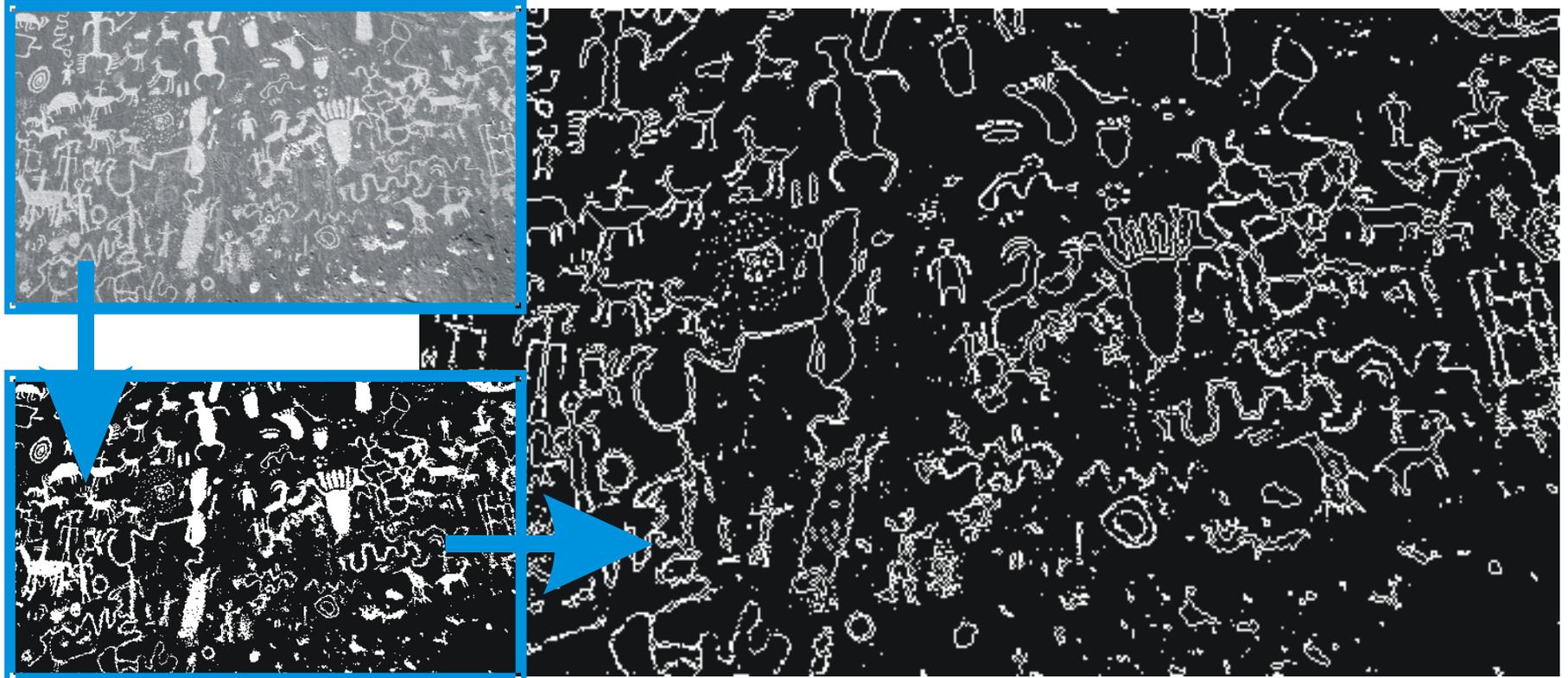
$$\begin{aligned}\partial G &= G \setminus (G \ominus M_b) \\ &= G \cap \overline{(G \ominus M_b)} \\ &= G \cap (\bar{G} \oplus M_b)\end{aligned}$$

Hintergrundrand:

$$\partial G_B = (G \oplus M_b) \setminus G$$



# Beispiel



# Distanztransformation

Resultat der Randoperation  $\partial G_0 = G \setminus (G \ominus S_b)$ :

Menge aller Pixel, die den **Abstand 0** zum Rand haben.

Falls die gleiche Operation auf dem um den Rand verminderten Bild nochmals angewendet wird:

$$\partial G_1 = (G \ominus S_b) \setminus (G \ominus S_b \ominus S_b)$$

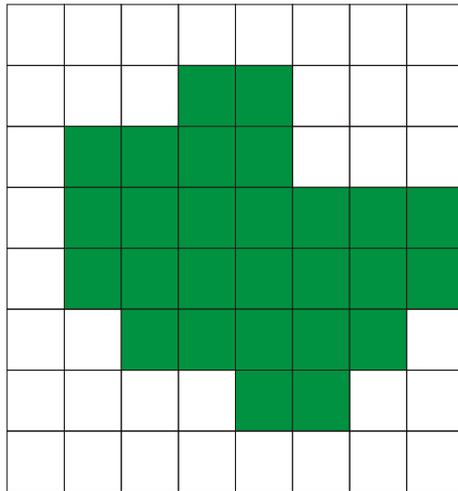
Menge aller Pixel, die den **Abstand 1** zum Rand haben.

**Fortgesetzte Extraktion** von immer weiter vom Rand entfernten Linien und Multiplikation der jeweiligen Resultate mit der aktuellen Entfernung überführt das Binärbild in ein **Distanzbild D**:

$$D = \bigcup_{n=1, \infty} [(G \ominus S_b^{n-1}) \setminus (G \ominus S_b^n) \cdot n],$$

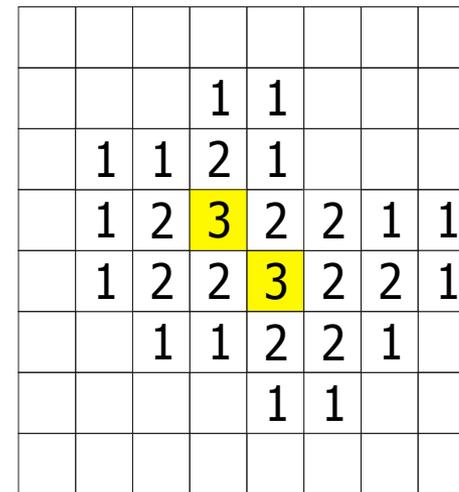
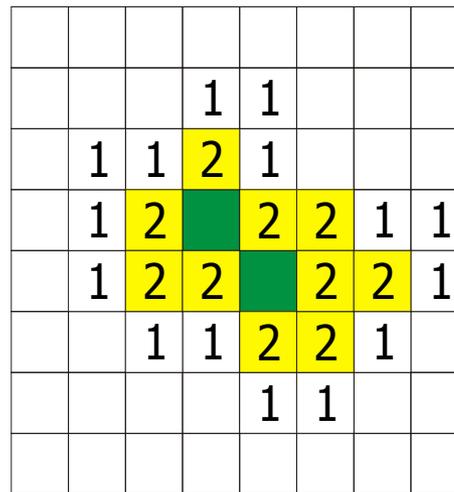
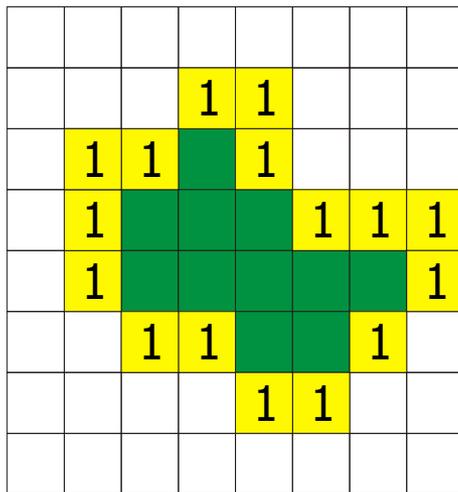
wobei die Operation  $\cdot$  die punktweise Multiplikation der  $n$ -ten Randkurve mit der Zahl  $n$  (dem aktuellen Abstand) darstellt.

# Beispiel

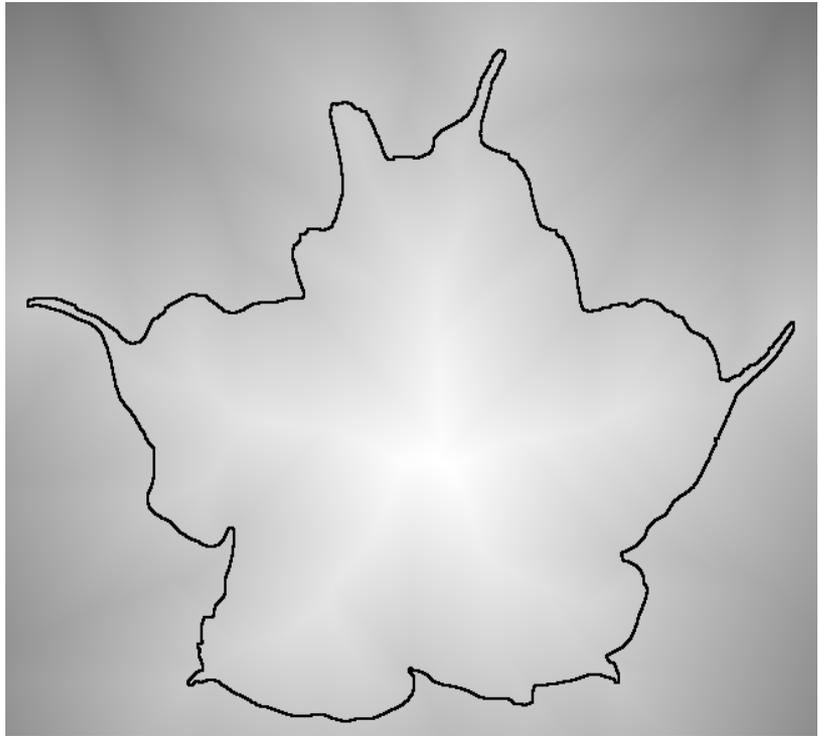
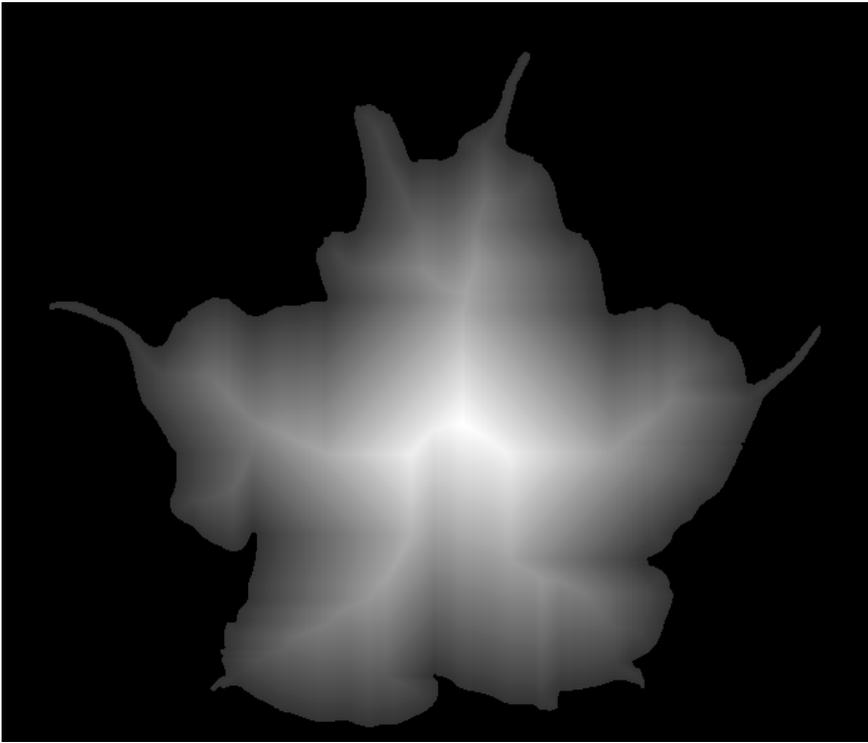


Originalbild

- Objektinneres (nach fortgesetzter Erosion)
- Randpixel nach der n-ten Erosion einschließlich Distanz



# Beispiel



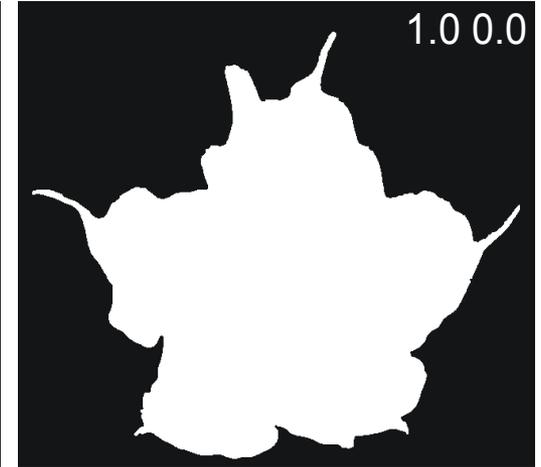
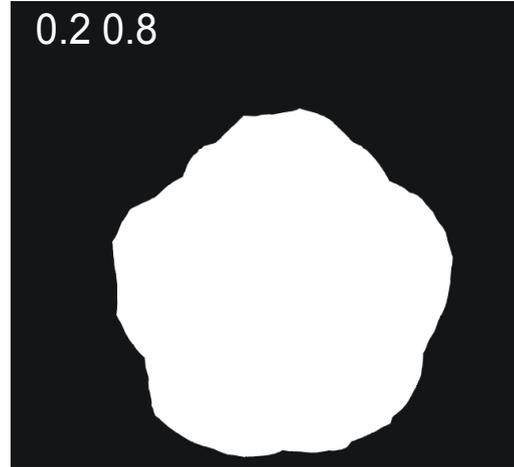
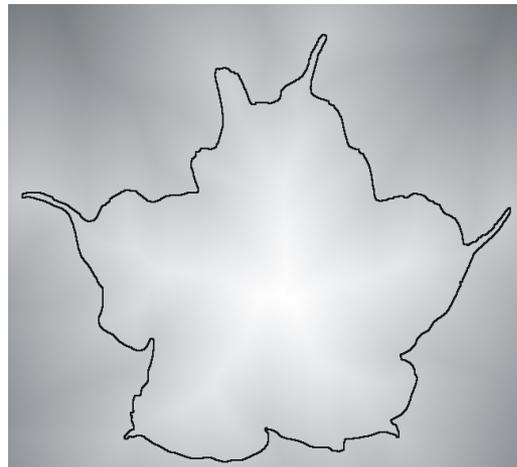
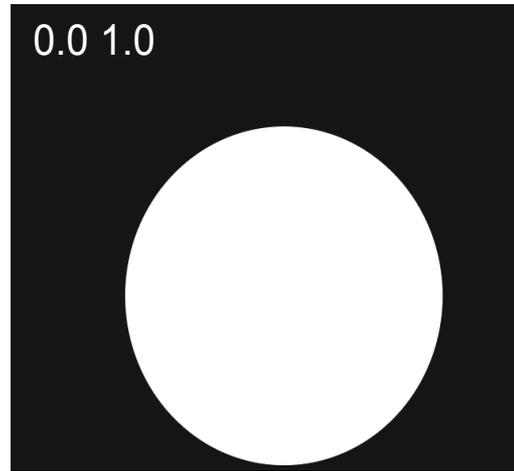
# Morphing

- Vorzeichenbehaftete Distanztransformation auf Binärbildern  $b_A$  und  $b_B$  durchführen.
- Für  $i=0, N-1$  Distanzbilder linear aus den Distanzbildern  $A_A$  und  $A_B$  interpolieren

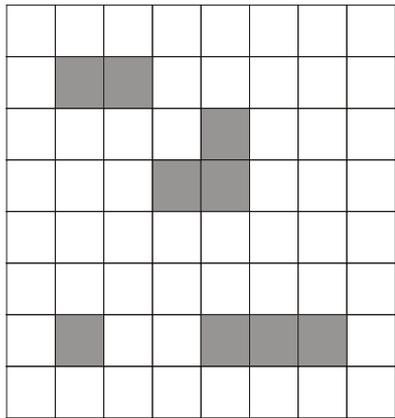
$$A_i = \frac{i \cdot A_B + (L - i) \cdot A_A}{L}$$

- Objekt einer Zwischenstufe  $i$  sind diejenigen Pixel, für die im  $i$ -ten Distanzbild  $A_i$  die Distanzen positiv sind.

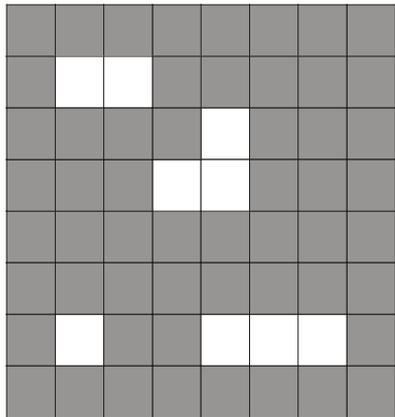
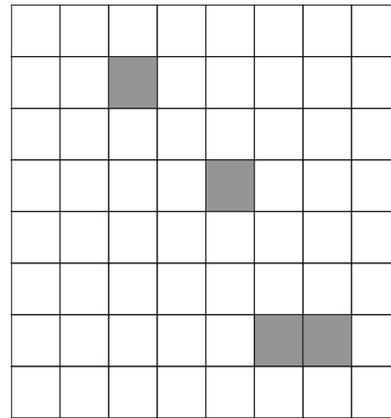
# Beispiel



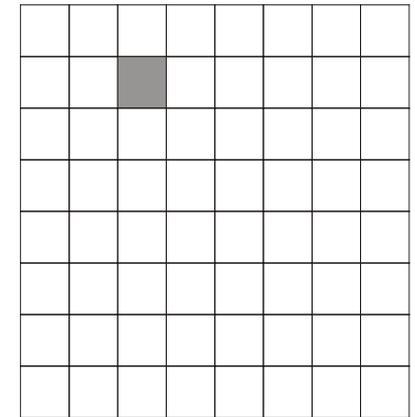
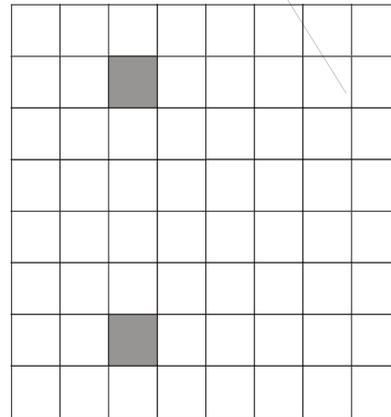
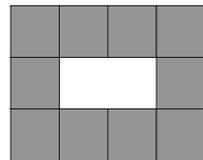
# Hit-or-Miss Operator



Erodieren  
mit



Erodieren  
mit



# Hit-or-Miss Operator

Hit-or-Miss Operator:

$$G \otimes (S_1, S_2) = (G \ominus S_1) \cap (\overline{G} \ominus S_2)$$

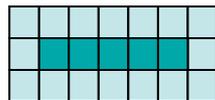
$$= (G \ominus S_1) \cap \overline{(G \oplus S_2)}$$

mit  $S_1 \cap S_2 = \emptyset$  (sonst wäre das Resultat der Operation die leere Menge)

Hit-or-Miss-Operator für **variable Strukturgrößen**, z.B.:



Hit



Miss

führt zur Akzeptanz von horizontalen Linien von 3,4, und 5 Pixeln Länge.

**Notation** für Hit-or-Miss-Operator:

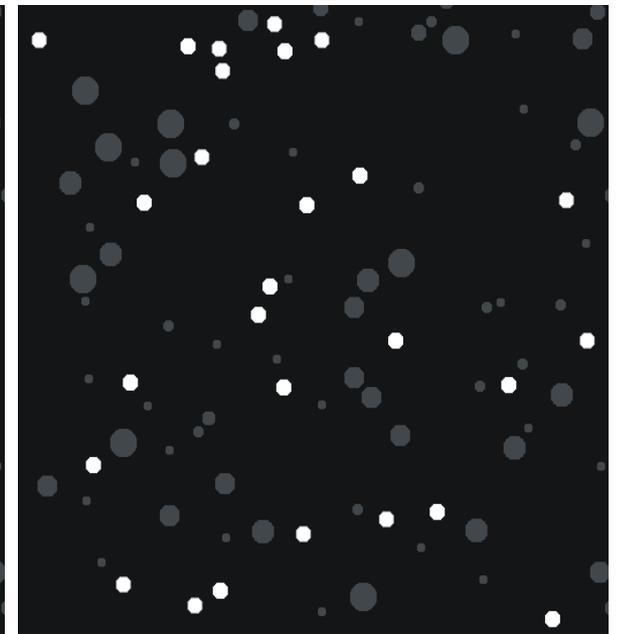
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & 1 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

0 - Miss

1 - Hit

x - weder Miss noch Hit

# Beispiel



Kreise mit Radius von 6 Pixel

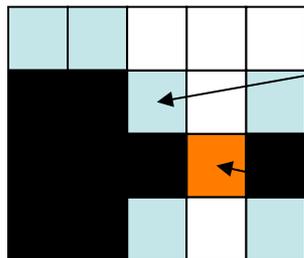
Kreise mit Radius 6-7 Pixel

# Hit-or-Miss-Operatoren

$M_I = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$  Entfernung einzelner Pixel

$M_C = \begin{matrix} x & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$  detektiert untere, rechte Ecken eines Objekts

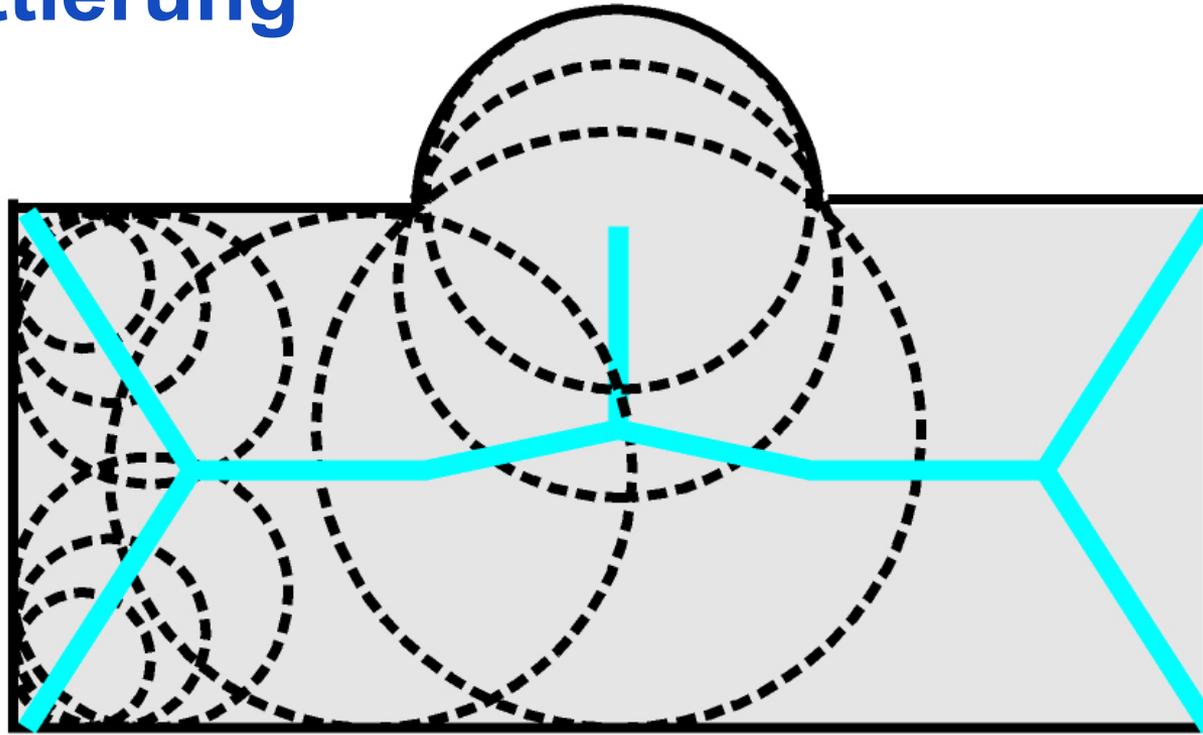
$M_{T1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$  findet Randpunkte von oben, die ein Objekt nicht teilen würden, wenn sie entfernt würden



Diese Punkte würden gefunden werden

Diese Punkte würden nicht gefunden werden

# Skelettierung



- Das Skelett eines Segments ist die Menge aller Mittelpunkte von Kreisen mit maximalem Radius, die vollständig innerhalb des Segments liegen
- Trägt wichtige Eigenschaften für die Klassifizierung

# Thinning mit Hit-or-Miss-Operatoren

$$S_{T1} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T2} = \begin{matrix} 0 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T3} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T4} = \begin{matrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T5} = \begin{matrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S_{T6} = \begin{matrix} x & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & x \end{matrix}$$

$$S_{T7} = \begin{matrix} 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$S_{T8} = \begin{matrix} x & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{matrix}$$

Ziel: Skelettierung

Methode: Randpixel solange entfernen, bis die zusammenhängende Form aufgelöst werden würde.

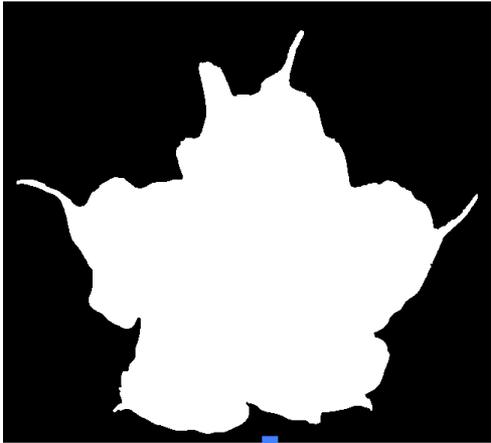
Thinning-Operator von oben:

$$G \oslash S_T = G \setminus (G \otimes S_{T1})$$

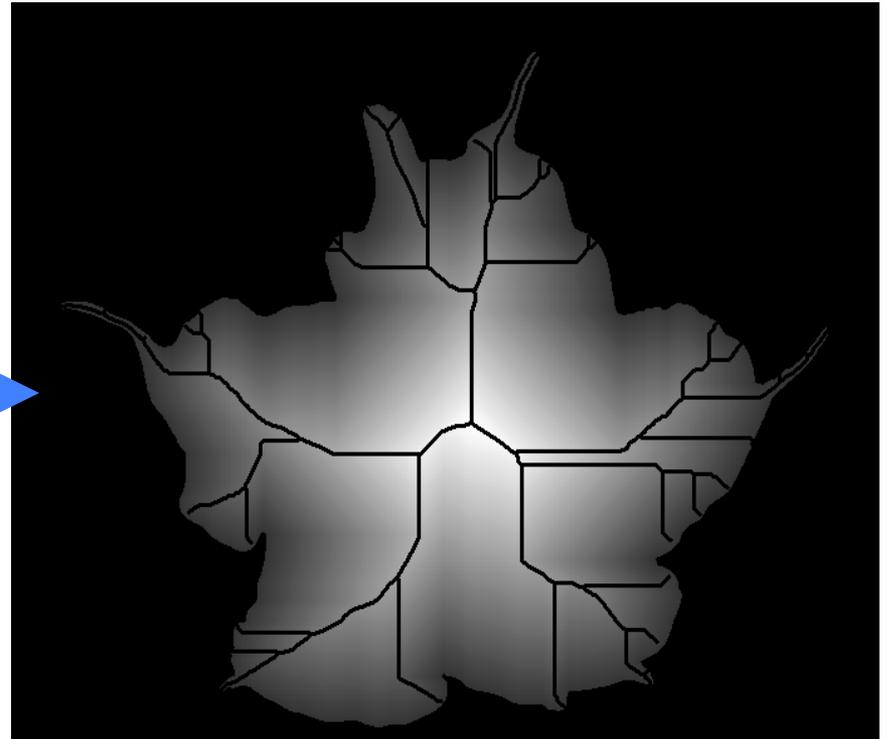
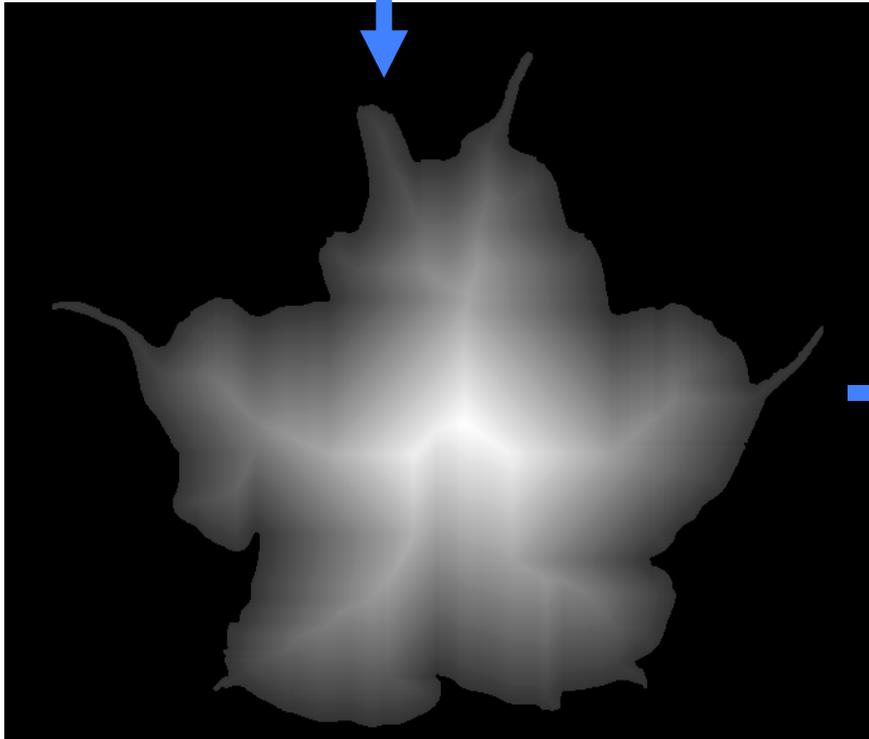
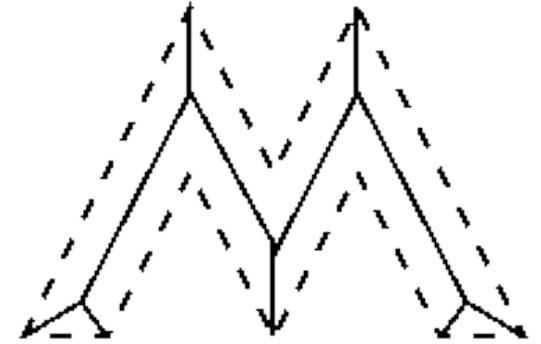
Symmetrisches Thining:

$$G \oslash S_T = G \setminus \bigcup_{i=1,8} G \otimes S_{Ti}$$

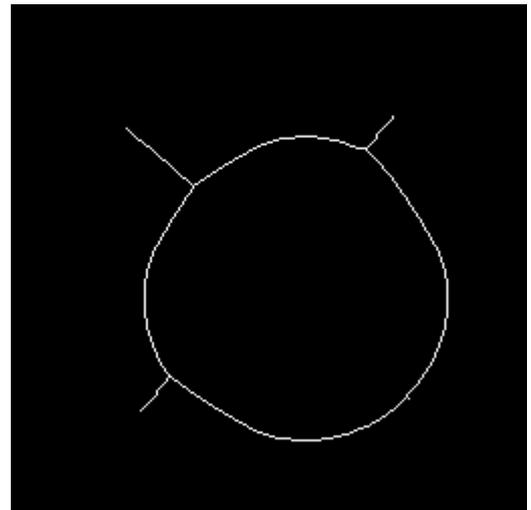
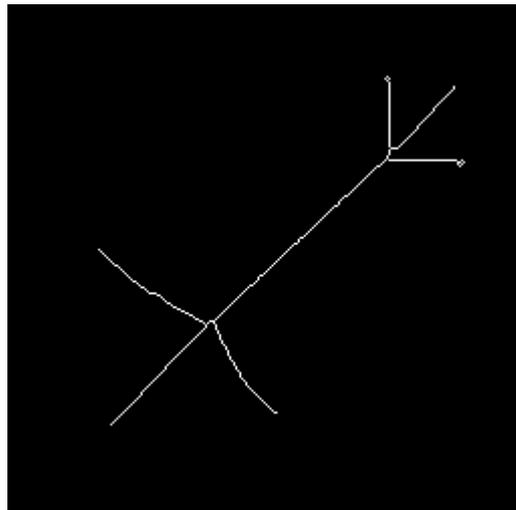
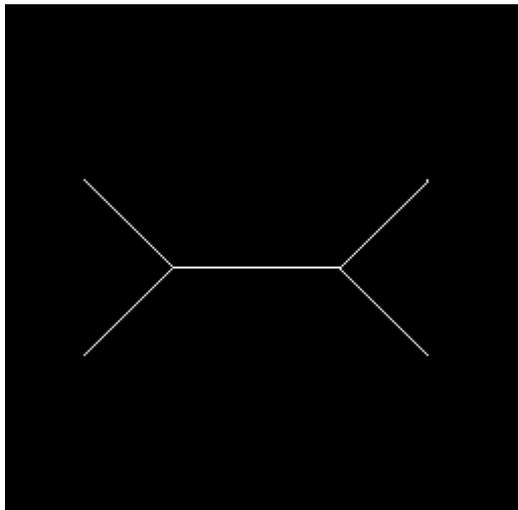
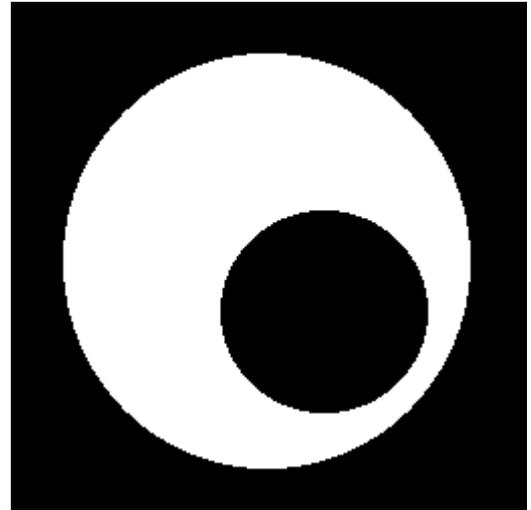
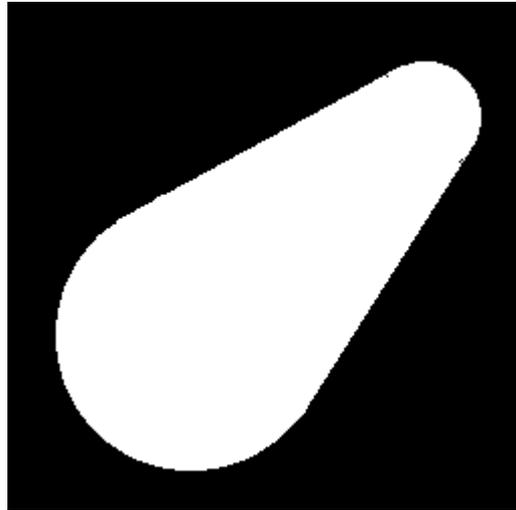
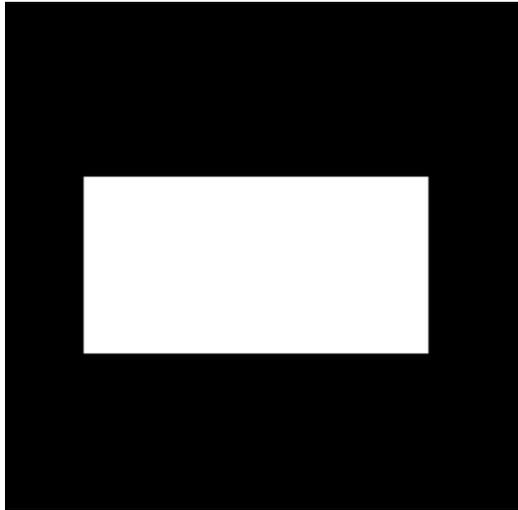
Thinning wird wiederholt, bis  $G \oslash S_T = G$  ist.



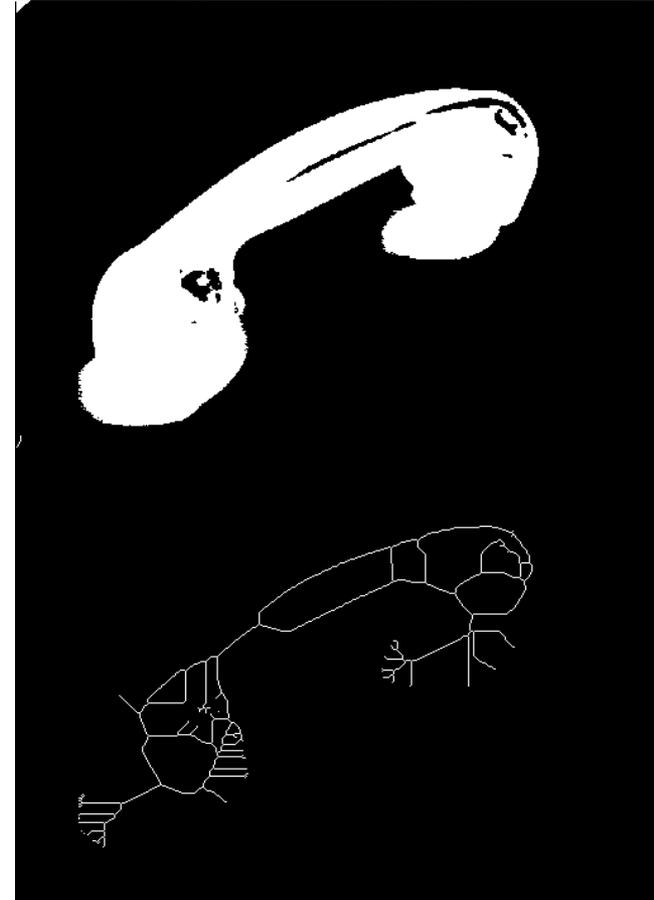
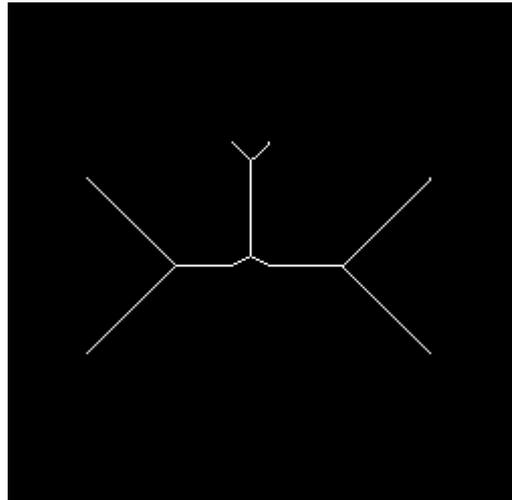
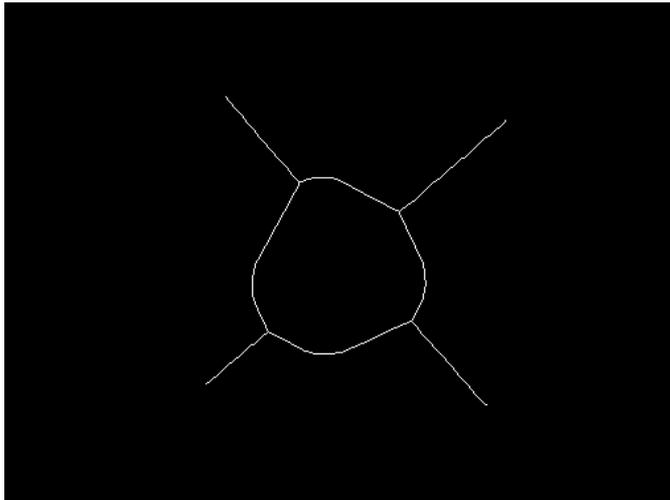
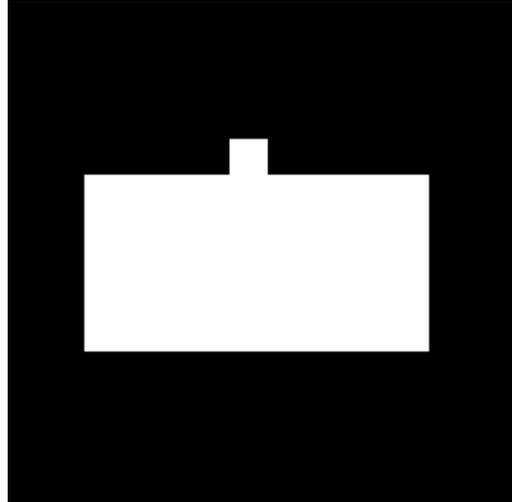
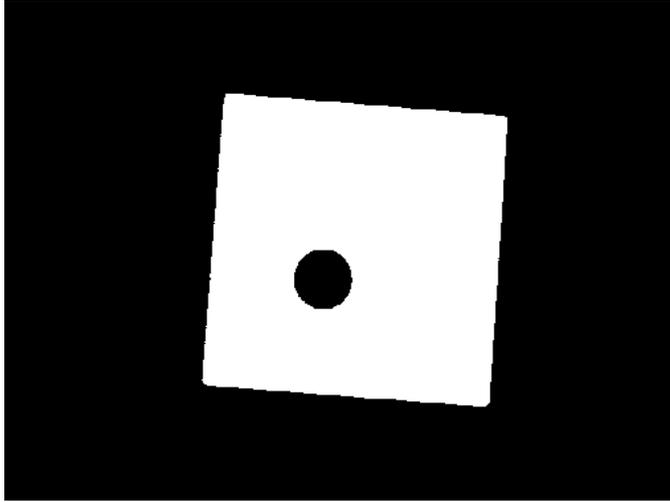
**Beispiel**



# Beispiele



# Beispiele



# Zusammenfassung

- Morphologische Operationen: Formverändernde oder formauswertende Operationen auf Segmenten
- Morphologische Filter zur
  - Unterdrückung von Artefakten nach einer Segmentierung
  - Suche nach vorgegebenen Formen
  - Randbestimmung, Distanztransformation und Morphing
  - Skelettierung von Segmenten