

# 2. Digitale Codierung und Übertragung


2.1 Informationstheoretische Grundlagen

2.2 Verlustfreie universelle Kompression



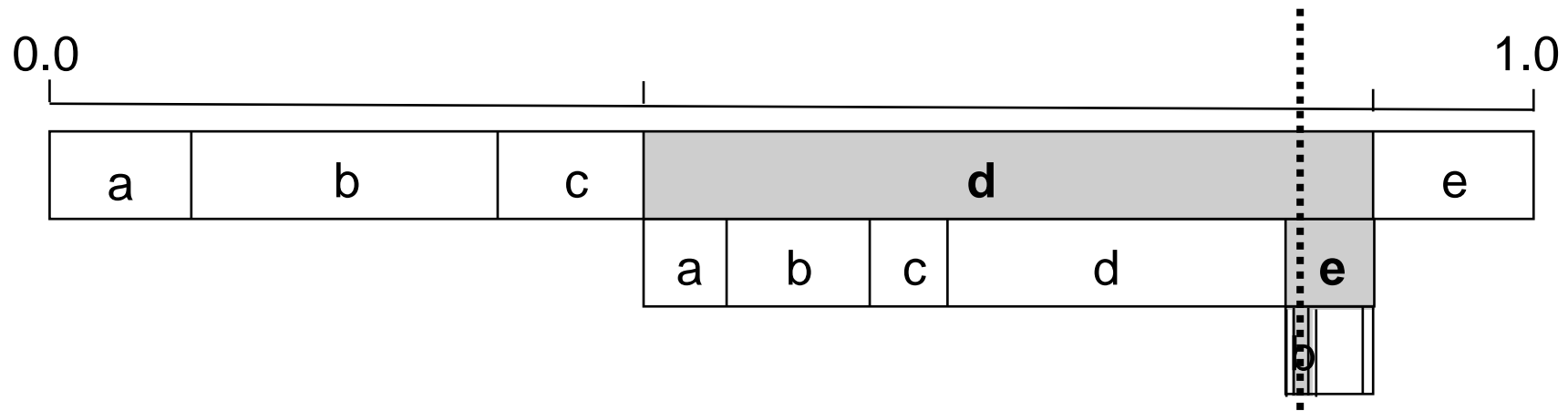
2.3 Digitalisierung, Digitale Medien

# Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung 
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung

# Arithmetische Codierung (1)

- Gegeben: Zeichenvorrat und Häufigkeitsverteilung
- Ziel: Bessere Eignung für Häufigkeiten, die keine Kehrwerte von Zweierpotenzen sind
- Patentiertes Verfahren; nur mit Lizenz verwendbar
- Grundidee:
  - Code = Gleitkommazahl berechnet aus den Zeichenhäufigkeiten
  - Jedes Eingabezeichen bestimmt ein Teilintervall



# Arithmetische Codierung (2)

• Beispiel:

Zeichenindex i	1=Leerz.	2=l	3=M	4=S	5=W
Häufigkeit $p_i$	0.1	0.2	0.1	0.5	0.1
linker Rand $L_i$	0.0	0.1	0.3	0.4	0.9
rechter Rand $R_i$	0.1	0.3	0.4	0.9	1.0

Allgemein:

$$L_i = \sum_{j=1}^{i-1} p_j \quad R_i = \sum_{j=1}^i p_j$$

- Algorithmus:

**real** L = 0.0; **real** R = 1.0;

**Solange** Zeichen vorhanden **wiederhole**

Lies Zeichen und bestimme Zeichenindex i;

**real** B = (R-L);

R = L + B\*R<sub>i</sub>;

L = L + B\*L<sub>i</sub>;

**Ende Wiederholung;**

*Code des Textes ist Zahl im Intervall [L, R]*

Algorithmus in  
"Pseudocode":

"**real**" Datentyp  
(Gleitkommazahl)

"=" Zuweisung an  
Variable

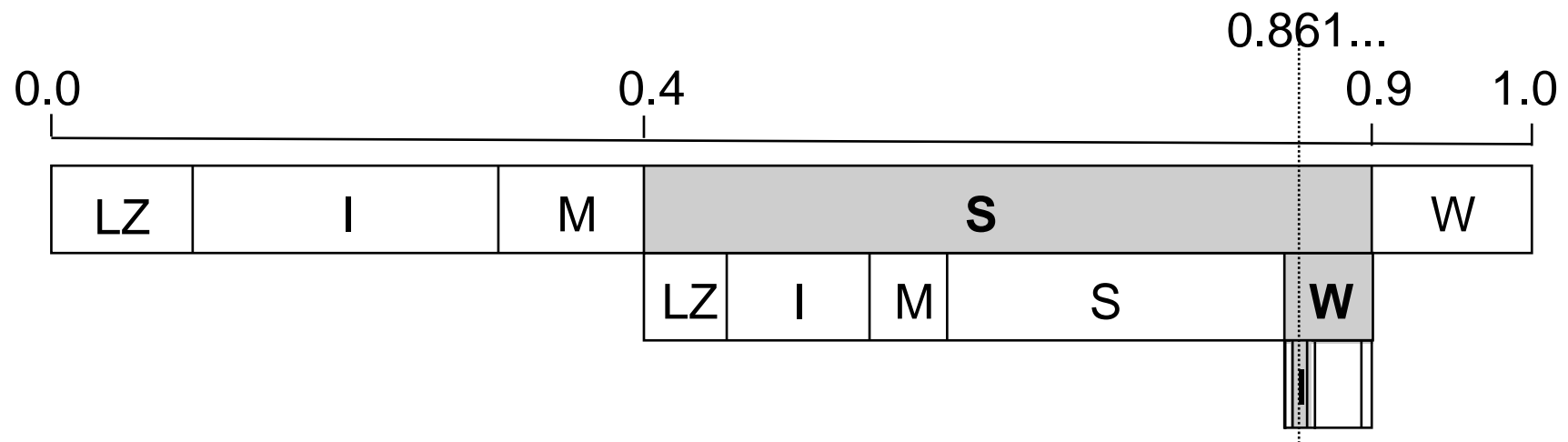
# Arithmetische Codierung (3)

- Beispieltext-Codierung ("SWISS\_MISS"):

Zeichen	L	R
S	0,4	0,9
W	0,85	0,9
I	0,855	0,865
S	0,859	0,864
S	0,861	0,8635
Leerz.	0,861	0,86125
M	0,861075	0,86110
I	0,8610775	0,8610782
S	0,86107778	0,86107813
S	0,86107792	0,861078095

# Arithmetische Kodierung (4)

- Problem Gleitkomma-Arithmetik:
  - Konversion in Ganzzahl-Bereich durch "Skalieren"
- Welcher Binärcode:
  - Ober- und Untergrenze binär codieren
  - Code = Oberer Wert, abgebrochen nach der ersten Stelle, die verschieden vom unteren Wert ist
- Veranschaulichung:



# Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung




# Laufängencodierung

- Unkomprimierte Repräsentationen von Information enthalten häufig Wiederholungen desselben Zeichens (z.B. lange Folgen von x00- oder xFF-Bytes)
- Idee: Ersetzen einer Folge gleicher Zeichen durch 1 Zeichen + Zähler
- Eingesetzt z.B. in Fax-Standards
  
- Beispiel:  
aaaabcdeeeffgggghiabtttiikkddde  
ersetzt durch  
#a4bcd#e3f#g4hiab#t3#i2#k3#d3e
  
- Probleme:
  - Bei geringer Häufigkeit von Wiederholungen ineffektiv (verschlechternd)
  - Syntaktische Trennung von Wiederholungsindikatoren und unverändertem Code



# Kompressionsverfahren: Übersicht

- Klassifikationen:
  - Universell vs. speziell (für bestimmte Informationstypen)
  - Verlustfrei vs. verlustbehaftet
  - In diesem Kapitel: nur universelle & verlustfreie Verfahren
- Im folgenden vorgestellte Verfahren:
  - Statistische Verfahren:
    - » Huffman-Codierung
    - » Arithmetische Codierung
  - Zeichenorientierte Verfahren:
    - » Lauflängencodierung (RLE Run Length Encoding)
    - » LZW-Codierung 

# Wörterbuch-Kompressionen

- Grundidee:
  - Suche nach dem "Vokabular" des Dokuments, d.h. nach sich wiederholenden Teilsequenzen
  - Erstelle Tabelle: Index --> Teilsequenz ("Wort")
  - Tabelle wird dynamisch während der Kodierung aufgebaut
  - Codiere Original als Folge von Indizes
  
- Praktische Algorithmen:
  - Abraham Lempel, Jacob Ziv (Israel), Ende 70er-Jahre
    - » LZ77- und LZ78-Algorithmen
  - Verbessert 1984 von A. Welch = "LZW"-Algorithmus (Lempel/Ziv/Welch)
  - Basis vieler semantikenabhängiger Kompressionsverfahren (z.B. UNIX "compress", Zip, gzip, V42.bis)
  - Verwendet in vielen Multimedia-Datenformaten (z.B. GIF)

# Prinzip der LZW-Codierung

- Nicht alle Teilworte ins Wörterbuch, sondern nur eine "Kette" von Teilworten, die sich um je ein Zeichen überschneiden.
- Sequentieller Aufbau:  
Neu einzutragendes Teilwort = Kürzestes ("erstes") noch nicht eingetragenes Teilwort
- Beispiel:

b a n a n e n a n b a u

ba an na ane en nan nb bau

- Codierung:

b a n a n e n a n b a u

Neu ins Wörterbuch einzutragen, codiert nach altem Wb.-Zustand

# LZW-Codierung (1)

- Tabelle mit Abbildung Zeichenreihe -> Indizes
  - Vorbesetzung der Tabelle mit fest vereinbarten Codes für Einzelzeichen (muß nicht explizit gespeichert und übertragen werden)
- Prinzipieller Ablauf:

**SeqChar**  $p = \langle \text{NächstesEingabezeichen} \rangle$ ;

**Char**  $k = \text{NächstesEingabezeichen}$ ;

**Wiederhole:**

**Falls**  $p \ \& \ \langle k \rangle$  in Tabelle enthalten

**dann**  $p = p \ \& \ \langle k \rangle$

**sonst** trage  $p \ \& \ \langle k \rangle$  neu in Tabelle ein

(und erzeuge neuen Index dafür);

Schreibe Tabellenindex von  $p$  auf Ausgabe;

$p = \langle k \rangle$ ;

**Ende Fallunterscheidung;**

$k = \text{NächstesEingabezeichen}$ ;

**solange bis** Eingabeende

Schreibe Tabellenindex von  $p$  auf Ausgabe;

# Algorithmus-Beschreibung (“Pseudo-Code”)

- Variablen (ähnlich zu C/Java-Syntax):
  - Datentyp fett geschrieben, gefolgt vom Namen der Variablen
  - Zuweisung an Variable mit “=”
- Datentypen:
  - **int**: Ganze Zahlen
  - **Char**: Zeichen (Buchstaben, Zahlen, Sonderzeichen)
  - **SeqChar**: Zeichenreihen (Sequenzen von Zeichen)
    - » Einelementige Zeichenreihe aus einem Zeichen: < x >
    - » Aneinanderreihung (Konkatenation) mit &
- NächstesEingabezeichen:
  - Liefert nächstes Zeichen der Eingabe und schaltet Leseposition im Eingabepuffer um ein Zeichen weiter

# LZW-Codierung (2)

- Vorbesezte Tabelle (z.B. mit ASCII-Codes):  
[(`<a>`, 97), (`<b>`, 98), (`<c>`, 99), (`<d>`, 100), (`<e>`, 101), (`<f>`, 102), (`<g>`, 103),  
(`<h>`, 104), (`<i>`, 105), (`<j>`, 106), (`<k>`, 107), (`<l>`, 108), (`<m>`, 109),  
(`<n>`, 110), (`<o>`, 111), (`<p>`, 112), (`<q>`, 113), (`<r>`, 114), (`<s>`, 115),  
(`<t>`, 116), (`<u>`, 117), (`<v>`, 118), (`<w>`, 119), (`<x>`, 120), (`<y>`, 121),  
(`<z>`, 122)]
- Für neue Einträge z.B. Nummern von 256 aufwärts verwendet.

# LZW-Codierung (3)

- Beispieltext: "bananenanbau"
- Ablauf:

Lesen (k)	Codetabelle schreiben (p & <k>)	Ausgabe	Puffer füllen (p)
b			<b>
a	(<ba>, 256)	98	<a>
n	(<an>, 257)	97	<n>
a	(<na>, 258)	110	<a>
n			<an>
e	(<ane>, 259)	257	<e>
n	(<en>, 260)	101	<n>
a			<na>
n	(<nan>, 261)	258	<n>
b	(<nb>, 262)	110	<b>
a			<ba>
u	(<bau>, 263)	256	<u>
EOF		117	

# Kompression durch LZW

- Am Beispiel:
  - 9 (16-Bit-)Worte statt 12 (16-Bit-)Worte, d.h. 25%
- In realen Situationen werden oft ca. 50% erreicht.
- Verfeinerungen des Algorithmus (z.B. Unix "compress"):
  - Obergrenze für Tabellengröße, dann statisch
  - Laufendes Beobachten der Kompressionsrate und ggf. Neustart



# LZW-Decodierung bei bekannter Tabelle

**Wiederhole** solange Eingabe nicht leer:

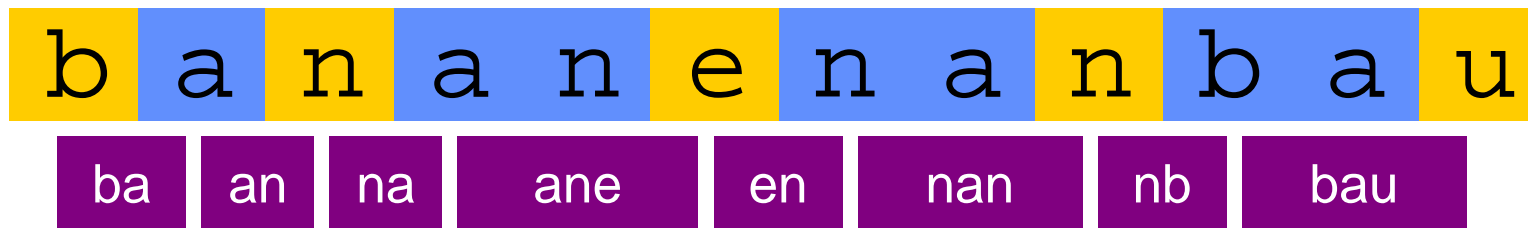
$k$  = NächsteEingabezahl;

Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex  $k$  auf Ausgabe;

**Ende Wiederholung;**

# LZW-Decodierung (1)

- Grundidee („symmetrische Codierung“):
  - Das aufgebaute Wörterbuch muß *nicht* zum Empfänger übertragen werden.
  - Das Wörterbuch wird nach dem gleichen Prinzip wie bei der Codierung bei der Decodierung dynamisch aufgebaut.
  - Das funktioniert, weil bei der Codierung immer *zuerst* der neue Eintrag für das Wörterbuch nach bekannten Regeln aus dem schon gelesenen Text aufgebaut wird, bevor der neue Eintrag in der Ausgabe verwendet wird.
- Algorithmusidee:
  - Neu einzutragendes Teilwort = letztes Teilwort plus erstes Zeichen des aktuellen Teilworts



# LZW-Decodierung (2)

- Prinzipieller Algorithmus:

**SeqChar**  $p := \langle \rangle$ ;

**int**  $k = \text{NächsteEingabezahl}$ ;

Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex  $k$  auf Ausgabe;

**int**  $old = k$ ;

**Wiederhole** solange Eingabe nicht leer:

$k = \text{NächsteEingabezahl}$ ;

**SeqChar**  $akt = \text{Zeichenreihe mit Tabellenindex } k$ ;

Schreibe Zeichenreihe  $akt$  auf Ausgabe;

$p = \text{Zeichenreihe mit Tabellenindex } old \text{ (letztes Teilwort)}$ ;

**Char**  $q = \text{erstes Zeichen von } akt$ ;

Trage  $p \ \& \ \langle q \rangle$  in Tabelle ein  
(und erzeuge neuen Index dafür);

$old = k$ ;

**Ende Wiederholung;**

# LZW-Decodierung (3)

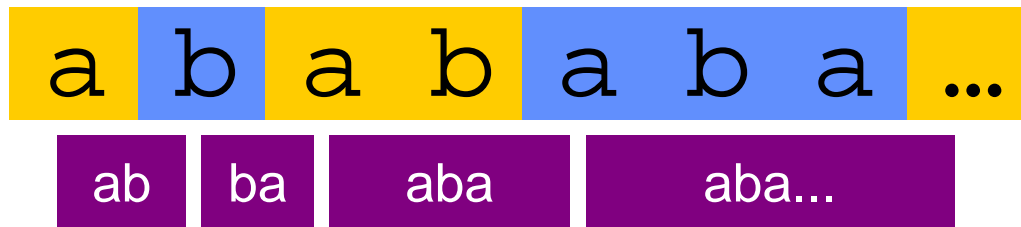
- Beispielzeichenreihe: "98-97-110-257-101-258-110-256-117"
- Ablauf:

Lesen (k)	Ausgabe (q ist jeweils <u>unterstrichen</u> )	Puffer füllen (p)	Codetabelle schreiben (p & <q>)	Merken (old)
98	b			98
97	<u>a</u>	b	(<ba>, 256)	97
110	<u>n</u>	a	(<an>, 257)	110
257	<u>an</u>	n	(<na>, 258)	257
101	<u>e</u>	an	(<ane>, 259)	101
258	<u>na</u>	e	(<en>, 260)	258
110	<u>n</u>	na	(<nan>, 261)	110
256	<u>ba</u>	n	(<nb>, 262)	256
117	<u>u</u>	ba	(<bau>, 263)	117
EOF				

# LZW-Decodierung (4)

- Beispielzeichenreihe: "abababa...", Beispielcode: "97-98-256-258"
- Ablauf:

Lesen (k)	Ausgabe (q ist jeweils <u>unterstrichen</u> )	Puffer füllen (p)	Codetabelle schreiben (p & <q>)	Merken (old)
97	a			97
98	<u>b</u>	a	(<ab>, 256)	98
256	<u>ab</u>	b	(<ba>, 257)	256
258	???			



Decodierung ist so noch nicht korrekt!

# LZW-Decodierung, vollständige Fassung

**SeqChar**  $p := \langle \rangle$ ;

**int**  $k = \text{NächsteEingabezahl}$ ;

Schreibe Zeichenreihe mit Tabellenindex  $k$  auf Ausgabe;

**int**  $old = k$ ;

**Wiederhole** solange Eingabe nicht leer:

$k = \text{NächsteEingabezahl}$ ;

**SeqChar**  $akt = \text{Zeichenreihe mit Tabellenindex } k$ ;

$p = \text{Zeichenreihe mit Tabellenindex } old \text{ (letztes Teilwort)}$ ;

**Falls** Index  $k$  in Tabelle enthalten

**dann** **Char**  $q = \text{erstes Zeichen von } akt$ ;

Schreibe Zeichenreihe  $akt$  auf Ausgabe;

**sonst** **Char**  $q = \text{erstes Zeichen von } p$ ;

Schreibe Zeichenreihe  $p \ \& \ \langle q \rangle$  auf Ausgabe;

**Ende Fallunterscheidung**;

Trage  $p \ \& \ \langle q \rangle$  in Tabelle ein  
(und erzeuge neuen Index dafür);

$old = k$ ;

**Ende Wiederholung**;